

Untersuchungen über die Isostasie in den Alpen auf Grund der Schweremessungen in Tirol

von

Adalbert Prey.

(Mit 6 Textfiguren.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 31. Oktober 1912.)

Die von Sterneck¹ durchgeführten Schwerebestimmungen in Tirol haben bekanntlich das Resultat ergeben, daß in diesem Gebiete die Schwerewerte zu klein sind, was auf einen Massendefekt schließen läßt, der sich irgendwo unter der Erdoberfläche befinden muß. Auf das Meeresniveau versetzt, entspricht derselbe auf Grund der Sterneck'schen Werte einer idealen Schicht von beiläufig 800 bis 1000 *m* und der Dichte Null und erstreckt sich von München bis Mori. Südlich von letzterer Station erscheint ein Massenüberschuß. Die Einführung eines besseren Wertes für die normale Schwerkraft² vergrößert die Dicke der idealen Schicht auf etwa 1300 *m*. Dieselbe Erscheinung wurde auch in anderen Gebirgen beobachtet und scheint für Kettengebirge typisch zu sein; sie dürfte daher mit den Bildungsvorgängen dieser Gebirge in wesentlichem Zusammenhang sein.

¹ v. Sterneck, Untersuchungen über den Einfluß der Schwerestörungen auf die Ergebnisse des Nivellements. Mitteilungen des k. k. milit.-geogr. Institutes in Wien, Bd. VIII, 1888; IX, 1889. — Die Schwerkraft in den Alpen und Bestimmung ihres Wertes für Wien. Ib., Bd. XI, 1891.

² Helmert, Die Schwerkraft im Hochgebirge, insbesondere in den Tiroler Alpen. Veröffentl. des königl. preuß. geod. Institutes, Berlin 1890. — Verhandlungen der XVI. allgemeinen Konferenz der internat. Erdmessung, III. Teil.

Der Alpendefekt, ins Meeresniveau verlegt, ist bedeutend kleiner als die Gesamtmasse der Alpen, so daß eine unvollständige Kompensation vorzuliegen scheint. Nun haben aber viele moderne Untersuchungen, namentlich von Hayford, die Pratt'sche Gleichgewichtstheorie wesentlich gestützt, nach der längs jedes Radius der Erde auf Grund hydrostatischen Gleichgewichtes dieselbe Masse verteilt sein soll. Diese Theorie verlangt somit eine vollständige Kompensation, und zwar hat sich ergeben, daß in einer Tiefe von etwa 120 *km* der Ausgleich perfekt ist.¹

Es soll nun untersucht werden, wie weit dies für die Tiroler Alpen gilt. Es kommt das auf die Beantwortung der Frage hinaus, ob es möglich ist, einen Massendefekt, der gleich der gesamten Alpenmasse ist, so anzubringen, daß die von den Beobachtungen verlangten Schwerestörungen resultieren. Der Lösung dieser Aufgabe stehen im wesentlichen zwei Hindernisse entgegen.

1. Die Aufgabe ist überhaupt unbestimmt, weil es nach bekannten Sätzen aus der Potentialtheorie unendlich viele Massenanordnungen gibt, die sich in gleichen Schwerewerten äußern. Unter gewissen plausiblen Annahmen aber über die Form des Massendefektes wird die Aufgabe bestimmt und das Resultat wird wenigstens Anhaltspunkte dafür geben, was man sich eigentlich vorzustellen hat.

2. Die zweite Schwierigkeit bildet die Unkenntnis jener Größe, die gewöhnlich mit *N* bezeichnet wird und den Unterschied angibt zwischen der Geoidfläche und jenem Niveausphäroid, für welches der normale Verlauf der Schwere gilt. In der Tat werden die Schwerebeobachtungen mit Berücksichtigung der Seehöhe auf das Meeresniveau reduziert und die so gewonnenen Werte mit den sogenannten normalen Werten verglichen, die aber für eine andere Fläche gelten.

¹ Hayford, The figure of the earth and isostasy from measurements in the United States. Washington 1909. — Supplementary investigation in 1909 of the figure of the earth and isostasy. Washington 1910. — The effect of topography and isostatic compensation upon the intensity of gravity. Verhandlungen der XVI. allg. Konferenz der internat. Erdmessung, I. Teil.

Man ist aber heute zur Überzeugung gelangt, daß die Größe N keine Rolle spielt. Je mehr sich die Vorstellungen über den allgemeinen Massenausgleich durchsetzen, um so kleiner wird die Größe N und es dürfte dieselbe in den meisten Fällen nur wenige Meter betragen. Als oberer Grenzwert wird etwa 100 m angegeben.¹ So große Werte von N werden aber jedenfalls nur kontinentalen Charakter haben und daher nur für sehr große Gebiete gelten; es wären dann nicht nur die Alpenwerte, sondern vielleicht alle Schwerewerte von Mitteleuropa um nahe gleiche Beträge zu korrigieren. Der Alpendefekt würde dann in gleicher Weise bestehen bleiben, allerdings nicht mehr im Verhältnis zur mittleren Oberflächendichte der ganzen Erde, sondern zur mittleren Dichte der umgebenden Gebiete.

Nachdem so die oben erwähnten Schwierigkeiten als beseitigt betrachtet werden können, mag ein Versuch, die Lage des Alpendefektes zu bestimmen, nicht ganz aussichtslos sein und wenigstens zur Orientierung dienen.

I.

Bei den unsicheren Vorstellungen, die wir heute noch über die Konstitution der Erde und auch der Erdkruste haben, kann man sich auch noch nicht Klarheit darüber verschaffen, wie die Isostasie aufzufassen ist. Nach einer Auffassung, die schon von Airy stammt,² besteht die Erdkruste aus einzelnen voneinander unabhängigen Schollen gewisser Dichte, die auf einer flüssigen Schicht größerer Dichte schwimmen. In einer gewissen Tiefe herrscht dann überall der gleiche hydrostatische Druck. Unseren heutigen Vorstellungen entsprechend, ist die flüssige Schicht wohl besser durch eine plastische Schicht zu ersetzen. Was sich aber in der Flüssigkeit momentan vollzieht, vollzieht sich in der plastischen Schicht im Laufe der

¹ Helmert, Unvollkommenheiten im Gleichgewichtszustande der Erdkruste. Sitzungsber. der königl. preuß. Akad. d. Wiss., XLIV, 1908. — Schumann, Geoidabstände nach der Formel von Stokes bei schematischen Schwerebelegungen. Sitzungsber. der kaiserl. Akad. d. Wiss. in Wien, math.-naturw. Klasse, Bd. CXX, Abt. IIa, Dez. 1911.

² Rudzki, Physik der Erde, p. 222.

Jahrtausende und so ist der Effekt der gleiche, vielleicht nur mit einer gewissen Phasenverschiedenheit. Wenn eine der Schollen, die die Erdkruste bilden, von besonderer Mächtigkeit ist, so ragt sie einerseits über die anderen hinaus, taucht aber auch andererseits tiefer in das dichtere Magma ein und verdrängt einen Teil desselben. Es wird also dichtere Masse durch weniger dichte ersetzt, wodurch gegenüber normalen Verhältnissen ein Massendefekt erscheint. Derselbe muß genau jener

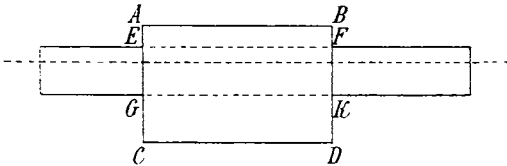


Fig. 1.

Masse entsprechen, welche an der Oberfläche herausragt (Fig. 1). Ist $ABCD$ die Scholle von größerer Mächtigkeit als ihre Nachbarn und ϑ die Dichte der Erdkruste, ϑ' die Dichte des Magmas, so muß $(ABEF) \cdot \vartheta = CDGH (\vartheta' - \vartheta)$ sein, wo die Querschnitte der Zeichnung die Volumina vorstellen sollen. Da man hier mit sprungweiser Dichteänderung rechnet, kann $\vartheta' - \vartheta$

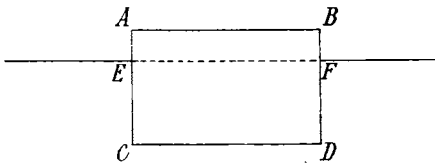


Fig. 2.

einen sehr bedeutenden Wert haben, so daß das Volumen $CDGH$ klein, sogar kleiner als $ABEF$ sein kann.

Eine andere Anschauungsweise ist die folgende: Eine Scholle ragt über ihre Umgebung heraus, weil sie wegen ihrer geringeren Dichte gleichsam schwimmt (Fig. 2). Ist ϑ die Dichte der Scholle, ϑ' die der Umgebung, so muß $(ABCD) \vartheta = (CDEF) \vartheta'$ sein.

Bei den Alpen läßt sich nicht konstatieren, daß die Dichte der Massen, die sie bilden, kleiner ist als die der Umgebung;

im Gegenteil, an dem Bau der Alpen sind zum Teil sehr schwere Gesteinsarten beteiligt. Soll also die mittlere Dichte des ganzen Blockes kleiner sein als die der Umgebung, so muß man annehmen, daß die tieferen Partien kleinere Dichte haben. Dies gilt, wenn wir die Dichte der übrigen Erdkruste durch die ganze Dicke konstant voraussetzen. Nehmen wir aber eine Dichtezunahme an, die sehr wahrscheinlich ist, so genügt für die Scholle eine langsamere Dichtezunahme, um sie zum Schwimmen zu befähigen.

Die Scholle hat dann in jedem Niveau eine kleinere Dichte als die übrige Erdkruste. In diesem Sinne ist im folgenden immer die Defektdichte zu verstehen. Sie stellt in jedem Niveau das Defizit gegen jene Dichte vor, die hier normal wäre. Es wird sich zeigen, daß wir es dabei immer nur mit sehr kleinen Dichteunterschieden zu tun haben werden. Die Ursachen derselben anzugeben, sind wir nicht in der Lage, doch ist es wahrscheinlich, daß wir sie in der verschiedenartigen Einwirkung von Druck und Temperatur auf verschiedenes Material zu suchen haben.

Es mag noch viele Anordnungen geben, die dem Begriffe der Isostasie entsprechen. Die folgenden Versuche aber lassen nur Ähnlichkeiten mit den oben besprochenen erkennen.

Verschiedene andere Anordnungen finden sich auch in Hayford's oben zitierten Schriften behandelt. Die Grundannahme, mit der gerechnet wird, besteht darin, daß die unterirdischen Massenanhäufungen oder Defekte alle bis zu einer gemeinsamen Tiefe hinabreichen, für welche ein Wert von etwa 120 *km* resultiert. Insofern als hier alles durch Dichteunterschiede erklärt wird, hat diese Anordnung Ähnlichkeit mit unserer zweiten Annahme, doch ist durch die Festlegung einer gemeinsamen Ausgleichsfläche eine Dichtebedingung eingeführt, die keine physikalische Begründung findet. Die vorzügliche Eignung aber dieser Hypothese für die Rechnung beweist der große Erfolg, indem es gelingt, die berechneten Werte bis auf 10% in Einklang mit den Beobachtungen zu bringen.

Hayford zeigt aber auch, daß es möglich ist, dieselbe Übereinstimmung mit anderen Annahmen zu erreichen, und

zwar 1. vollständige Kompensation bei abnehmender Defektdichte derart, daß letztere auf der Ausgleichsfläche gleich Null wird; für diese resultiert dann der Wert 175 *km*; 2. vollständige Kompensation mit einer nach komplizierterem Gesetz abnehmenden Defektdichte (Chamberlin's Hypothese); sie führt zu einer Tiefe der Ausgleichsfläche von 287 *km*.

• Die von uns zuerst angeführte Hypothese wird von Hayford für das Gebiet der Vereinigten Staaten abgelehnt, weil es sich nicht nachweisen läßt, daß die Beobachtungen dort, wo große sichtbare Massenanhäufungen vorliegen, eine größere Tiefe der Ausgleichsfläche verlangen; es ist eher das Gegenteil angedeutet. Da es sich aber eben nur um Andeutungen handelt, so ist wohl der Gegenbeweis nicht vollständig erbracht. Hayford's Untersuchungen sind wohl zu großzügig, um solche Detailfragen zu erledigen. Auch dürften sich hierzu Schwerebeobachtungen besser eignen als die von Hayford verwendeten Lotstörungen. Im Generalbericht für 1909 werden zwar auch die Schwerewerte behandelt, aber die Tiefe der Ausgleichsfläche wird hier nicht neu berechnet, sondern aus den Untersuchungen über die Lotstörungen herübergenommen.

II.

Die erste Frage, die zu lösen ist, ist die nach der Größe der zu kompensierenden Masse, also nach der Alpenmasse. Wenn man von den Westalpen absieht, stellen sich die Alpen als ein mächtiger, im wesentlichen ost-westlich gerichteter Gebirgszug dar, der auf einer großen Strecke ziemlich gleiche Breite aufweist. Die Sterneck'sche Reihe von Schwerestationen, die beiläufig längs des 29. Meridians von Ferro ($11^{\circ} 20'$ v. Gr.) verläuft, überquert diesen Gebirgszug in seinem mittelsten Teile. Sie folgt der Hauptsache nach dem Zuge des Inntales, der Brennerstraße, des Eisack- und Etschtales und weicht nur im nördlichen Teile stärker nach Osten, im südlichen nach Westen aus.

Stellen wir uns die kompensierende Masse (Massendefekt), der oberirdischen Gestaltung entsprechend, ebenfalls in der Ost—Westrichtung langgedehnt vor, so können wir bei Berechnung des Anziehungseinflusses die Länge gleich Unendlich

nehmen, wenn wir uns auf Punkte des zentralen Teiles, wie sie die Sterneck'sche Reihe enthält, beschränken. Bei Berechnung der Alpenmasse wird es dann auf die Länge nicht mehr ankommen, sondern nur mehr auf den Querschnitt und die Dichte.

Um zunächst von dieser letzteren richtige Vorstellungen zu erhalten, wurden die Dichten der hauptsächlichsten in Tirol vorkommenden Gesteine mit der hydrostatischen Wage bestimmt; die Gesteinsproben wurden mir von dem Geologischen Institut der Innsbrucker Universität bereitwilligst zur Verfügung gestellt. Die Resultate dieser Untersuchung sind im folgenden, nach dem Werte der Dichte geordnet, zusammengestellt. Die Nummer der Sammlung ist beigefügt, weil oft Proben desselben Gesteines verschiedene Dichte zeigen.

Nr.	Gestein	Fundort	Dichte
220	Porphyrtuff	Bozen	2·484
3975	Grünsandstein	Grünton	2·527
197	Quarzporphyr	Auer	2·574
3994	Molasse	Schwarzachtal	2·623
178	Quarzporphyr	Theiß	2·637
1525	Kitzbüchler Grauwacke	Pillersee	2·637
4098	Südalpine Kreide	Tierno	2·649
3513 <i>a</i>	Flysch	Schopperau	2·652
45	Granitit	Grasstein	2·657
4075	Oolithdogger	Tierno	2·671
3982	Seewenmergel	Dornbirn	2·676
3976	Gaultmergel	Rankweil	2·678
3987	Flysch	Hündelang	2·679
1742	Verrucano	Mauls	2·681
2056	Wettersteinkalk	Rumerjoch	2·688
1597	Wild-Schönauer Schiefer	Kitzbüchel	2·690
3606	Schrattenkalk	Göfis	2·692
3611	Schrattenkalk	Grünton	2·692
3502	Seewenkalk	Grünton	2·693
3579	Dachsteinkalk	Lofer	2·696

Nr.	Gestein	Fundort	Dichte
4076	Oolithdogger	Tierno	2·701
826	Basalt	Nago	2·706
913	Granitgneis	Ötztal	2·714
40	Hornblendegranit	Meran	2·719
1277	Quarzphyllit	Schwaz	2·724
1318	Kalkphyllit	Pfötsch	2·727
1520	Schiefer	Pillersee	2·727
904	Gneis	Stubai	2·728
3880/14	Schlerndolomit	Schlern	7·729
4420	Dachsteinkalk	Val Arsu	2·740
4044	Schlerndolomit	Salurn	2·775
3282	Hauptdolomit	Nassereit	2·802
445	Augitporphyr	Seiseralpe	2·817
4055	Hauptdolomit	Brenta	2·839
2122	Hauptdolomit	Pertisau	2·842
4288	Gertraudkalk	Brettfall bei Straß	2·844
1130	Glimmerschiefer	Penser Joch	2·859
1561	Schwazer Kalk	Schwaz	2·871
547	Gabbro	Wiederberg	2·914
827	Basalt	Torbole	2·992
927	Amphibolit	Ötztal	3·204

Aus diesem Verzeichnisse ergeben sich einige merkwürdige Tatsachen. Zunächst sind die Dichtewerte ganz andere, als zu erwarten stand, und auch andere, als Sterneck seinen Rechnungen zugrunde legt. Sterneck¹ nimmt an:

Der Lias- und Triasformation angehörige kalkige und sandige Gesteine Dichte 2·4

Der primären Formation angehörige Gesteine:

Granit, Gneis, Glimmerschiefer » 2·6

Eruptivgesteine: Quarzporphyr und Basalt . . . » 2·8

Nach Rudzki² ist die Dichte der Ton-, Sand- und Kalksteine klein und beträgt im Mittel ungefähr 2·1.

¹ Mitteilungen des k. k. milit.-geogr. Institutes, XI. Bd.

² Rudzki, Physik der Erde, p. 99.

Nach unserem Verzeichnis ist dies, wenigstens für die Gesteine in Tirol, unrichtig. Gerade die Kalkgesteine der Triasformation: Hauptdolomit, Schlerndolomit usw. gehören zu den allerschwersten (Dichte bis 2·8 und darüber), während Quarzporphyr zu den leichteren gehört; auch ein Basalt mit nur 2·7 wurde gefunden.

Ferner zeigt sich, daß die Dichteunterschiede überhaupt nicht sehr groß sind. Nimmt man aus allen Werten das Mittel und berechnet dazu einen mittleren Fehler, so erhält man:

$$2\cdot729 \pm 0\cdot018.^1$$

Das heißt also, wenn man die Alpenmasse mit einer mittleren Dichte von 2·729 berechnet, erhält man sie schon auf etwa 1% genau. Dem liegt aber die Voraussetzung zugrunde, daß die verschiedenen Dichten nach dem Gesetze des Zufalls verteilt sind, daß mit anderen Worten Gesteinsarten um so seltener sind, je weiter sich ihre Dichten vom Mittel entfernen. Diese Voraussetzung ist aber auf den ersten Blick nicht erfüllt; darauf deutet die weite Verbreitung der schweren Kalkarten hin sowie das massenhafte Vorkommen des außerordentlich schweren Amphibolits in den mächtigen Gebirgsstöcken der Silvretta, Ötztaler und Stubaiäer Alpen. Wenn man sich aber die Mühe nimmt und die Verteilung der Gesteine soweit als möglich berücksichtigt, so wird man die von der Dichte abhängige Unsicherheit in der Alpenmasse jedenfalls so weit herunterdrücken können, daß sie für den vorliegenden Zweck unwesentlich wird.

Um dies zu erreichen, wurden die geologischen Karten von Tirol von Blaas² und Hauer³ benutzt.

Vom 29. Meridian ausgehend, wurden östlich und westlich im Abstände von je 12·4 *km* (10' Längenunterschied) parallele

¹ Übereinstimmend mit Helmert's Annahme über die mittlere Dichte der Kontinente. Die Tiefe der Pratt'schen Ausgleichsfläche etc. Sitzungsber. der königl. preuß. Akad. d. Wiss., 1909, XLVIII.

² J. Blaas, Geologische Karte der Tiroler und Vorarlberger Alpen, 1 : 500.000.

³ F. v. Hauer, Geologische Übersichtskarte der österr. Monarchie, Blatt Nr. 5, 1 : 576.000, Wien 1877.

Schnitte¹ durch die Alpen gelegt; ihre Zahl betrug 18. Der westlichste entspricht einer geographischen Länge von etwa $27^{\circ} 30'$ und verläuft wenig östlich von Bregenz, der östlichste entspricht einer Länge von $30^{\circ} 20'$ und geht beiläufig durch Lienz, so daß das ganze Gebiet von Tirol und Vorarlberg, aber auch Teile von der Schweiz und Italien in Betracht gezogen wurden. Längs dieser Schnitte wurde nun die Ausbreitung der Gesteine in Millimetern abgelesen, in Kilometer umgerechnet und dementsprechend die Dichteverteilung vorgenommen. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Gesteine, wie sie die Karte für die Oberfläche angibt, so auch bis zur Meeresfläche liegen. Das ist für gewisse Gesteine, jedenfalls für die sogenannten Tiefengesteine, sehr wahrscheinlich, die aber sonst jedenfalls sehr häufig vorkommende horizontale Schichtung ist vernachlässigt. Man würde noch genauere Resultate erhalten, wenn man geologische Profile zu Rate zöge. Damit würde aber einerseits auch wieder viel Hypothetisches aufgenommen werden, andererseits dürfte sich dies bei den ohnehin geringen Dichteunterschieden nicht lohnen.

Eine große Schwierigkeit lag in der Wahl der richtigen Dichte. Die Zahl der gemessenen Vertreter ist natürlich viel zu klein, um der ganzen Mannigfaltigkeit des natürlichen Vorkommens Rechnung zu tragen. Dazu wären wohl viele hundert Messungen nötig gewesen. Es mußten also die Alpen aus den gemessenen Materialien zusammengesetzt werden, wobei es darauf ankam, für jeden Punkt das entsprechendste und möglichst ähnliche auszuwählen. Eine danach hergestellte geologische Karte würde allerdings etwas sonderbar aussehen.

Meinem lieben Kollegen Prof. Blass und Herrn Privatdozenten Dr. Sander muß ich hier für vielfache geologische Belehrung und Aufklärung, die mir zuteil wurde, für die freundliche Überlassung der Gesteinsproben und endlich für die werktätige Unterstützung bei der für die einzelnen Gebiete zu treffenden Auswahl meinen besten Dank aussprechen.

In Gegenden mit rasch wechselnden Gesteinsschichten wurden Mittelwerte genommen. So fand sich z. B. für die

¹ Die also wegen Nichtberücksichtigung der Meridiankonvergenz nicht mehr genau den Meridianen folgen.

Vorarlberger Kreideformation der Dichtewert 2·685 als Mittel der folgenden im Verzeichnis enthaltenen Werte: Seewenmergel (2·676), Gaultmergel (2·678), Schrattekalk (2·692), Seewenkalk (2·693); für den Hauptstock der Silvretta, Ötztaler und Stubai Alpen fand sich der Wert 2·843 als Mittel aus: Gneis (2·728), Granitgneis (2·714), Quarzphyllit (2·724) und Amphibolit 3·204. In dieser Weise ergaben sich die in der folgenden Tabelle neben den zugehörigen Abmessungen längs des Profils angeführten Dichtenwerte.

Die Dezimalen bei den Kilometerzahlen erklären sich durch die Umrechnung aus dem Maßstabe 1 : 576.000 der Hauer'schen Karte. Leider konnten die Messungen nicht auf der moderneren Blaas'schen Karte, die auch den bequemeren Maßstab hat, gemacht werden, da sie nur das Gebiet von Tirol, nicht aber die angrenzenden Teile der Schweiz und Italiens enthält.

Die Grenzen der einzelnen Gebirgsgruppen sind nach der Karte von Oberst v. Sonklar¹ angenommen. Die Einteilung ist also eine rein geographische.

Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte	Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte
Profil 1: $\lambda = 27^{\circ} 30'$			Profil 2: $\lambda = 27^{\circ} 40'$		
Vorarlberger und Allgäuer Alpen ..	24·2	2·623	Vorarlberger und Allgäuer Alpen ..	21·9	2·623
	1·7	2·666		2·9	2·666
	13·2	2·685		10·4	2·685
	9·2	2·666		5·8	2·666
	5·2	2·822		16·1	2·750
Verwallgebirge	5·8	2·822	Verwallgebirge	25·3	2·721
Rhätikon	31·1	2·666	Silvretta	30·0	2·884
Nordrhät. Haupt- kamm (Silvretta) .	23·0	2·884	Umbrail	30·5	2·726
Umbrail	10·4	2·688	Bernina	12·1	2·726
Bernina	40·3	2·724		4·0	2·688
Orobische Alpen ...	5·8	2·724		5·2	2·724
	16·7	2·661	Orobische Alpen ...	14·4	2·724
	26·5	2·769		8·6	2·661
	7·5	2·674		19·0	2·769
Gesamtbreite	220·6		Adamello	2·9	2·674
			Gesamtbreite	209·1	

¹ Karl v. Sonklar, Die Einteilung der Schweizer und der deutschen Alpen. Petermann's Mitteilungen, 16. Bd., 1870.

Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte	Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte
Profil 3: $\lambda = 27^\circ 50'$			Profil 5: $\lambda = 28^\circ 10'$		
Vorarlberger und Allgäuer Alpen ..	30·5 4·0 7·5 4·6 8·1	2·623 2·666 2·685 2·666 2·743	Vorarlberger und Allgäuer Alpen ..	6·3 4·0 27·1	2·623 2·666 2·743
Nordtiroler Alpen ..	12·7	2·743	Nordtiroler Alpen ..	16·7	2·743
Verwallgebirge	23·6	2·721	Silvretta	13·2	2·843
Silvretta	10·9	3·204		8·1	2·666
Umbrail	24·2	2·822	Öztaler Alpen	10·9	2·666
	7·5	2·724		26·5	2·843
	13·8	2·728	Ortler	24·8	2·822
	10·4	2·724		14·4	2·724
Orobische Alpen ...	19·0	2·724	Adamello	6·9	2·724
	4·6	2·661		9·8	2·719
	9·8	2·769		8·1	2·724
Adamello	6·9	2·769		5·8	2·719
	5·8	2·721		19·0	2·724
	16·1	2·769	Ledrogebirge	16·7	2·839
	15·0	2·674		8·1	2·674
Gesamtbreite	245·4		Gesamtbreite	226·4	
Profil 4: $\lambda = 28^\circ 0'$			Profil 6: $\lambda = 28^\circ 20'$		
Vorarlberger und Allgäuer Alpen ..	9·2 15·0 19·0	2·623 2·666 2·743	Vorarlberger und Allgäuer Alpen ..	1·7 16·7	2·623 2·822
Nordtiroler Alpen ..	11·5	2·743	Nordtiroler Alpen ..	29·4	2·822
Verwallgebirge	12·7	2·721	Öztaler Alpen	8·6	2·843
Silvretta	5·8	2·721		13·8	2·666
	19·6	2·666		41·5	2·843
Umbrail	34·0	2·822	Ortler	30·5	2·724
Ortler	3·5	2·822	Adamello	5·8	2·724
	27·1	2·724		16·7	2·719
Adamello	19·6	2·724		12·7	2·724
	21·9	2·681	Ledrogebirge	35·7	2·715
	2·9	2·728	Monte Baldo	4·0	2·674
	4·0	2·679			
	20·7	2·769			
	5·8	2·674			
	2·3	2·839			
Gesamtbreite	234·6		Gesamtbreite	217·1	

Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte	Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte
Profil 7: $\lambda = 28^{\circ} 30'$			Profil 9: $\lambda = 28^{\circ} 50'$		
Nordtiroler Alpen ..	2·3	2·623	Nordtiroler Alpen ..	1·7	2·623
	5·8	2·666		38·6	2·755
	3·5	2·685	Stubaiyer Alpen	50·7	2·843
	35·7	2·755	Ötztaler Alpen	15·6	2·843
Ötztaler Alpen	67·4	2·843	Sarntaler Alpen	8·6	2·565
Ortler	33·4	2·724	Nonsberger Alpen ..	6·3	2·565
Adamello	5·8	2·724		36·9	2·715
Brenta	21·9	2·737	Dolomiten	11·5	2·565
Ledrogebirge	19·6	2·674	Lessinische Alpen ..	51·8	2·715
Monte Baldo	28·8	2·674		23·0	2·674
Lessinische Alpen ..	14·4	2·674		3·5	2·849
Gesamtbreite	238·6		Gesamtbreite	248·2	
Profil 8: $\lambda = 28^{\circ} 40'$			Profil 10: $\lambda = 29^{\circ} 0'$		
Nordtiroler Alpen ..	3·5	2·623	Nordtiroler Alpen ..	40·9	2·755
	36·3	2·755	Stubaiyer Alpen	40·9	2·843
Stubaiyer Alpen	39·2	2·843	Sarntaler Alpen	28·3	2·724
Ötztaler Alpen	31·7	2·843		16·7	2·565
Ortler	15·0	2·724	Dolomiten	47·2	2·565
Nonsberger Alpen ..	10·9	2·565		4·6	2·724
Brenta	34·0	2·707	Lessinische Alpen ..	26·5	2·715
Orto d'Abramo	23·6	2·674		38·0	2·849
Lessinische Alpen ..	47·2	2·715			
Gesamtbreite	241·4		Gesamtbreite	243·1	

Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte	Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte
Profil 11: $\lambda = 29^{\circ} 10'$			Profil 13: $\lambda = 29^{\circ} 30'$		
Nordtiroler Alpen ..	1·7	2·623	Nordtiroler Alpen ..	2·3	2·623
	6·9	2·666		38·0	2·755
	44·9	2·755	Zillertaler Alpen ...	23·6	2·724
Zillertaler Alpen ...	17·3	2·724		5·8	2·768
	20·2	2·768		19·6	2·714
	8·6	2·726		14·4	2·768
Sarntaler Alpen....	28·2	2·724		1·7	2·657
	6·3	2·565	Dolomiten	15·0	2·724
Dolomiten	40·9	2·565		62·2	2·785
	1·1	2·724		34·6	2·674
	8·1	2·688			
Lessinische Alpen..	37·4	2·674			
	4·0	2·849			
Mt. Berici	12·1	2·688			
Gesamtbreite	237·7		Gesamtbreite	217·2	
Profil 12: $\lambda = 29^{\circ} 20'$			Profil 14: $\lambda = 29^{\circ} 40'$		
Nordtiroler Alpen ..	1·7	2·623	Nordtiroler Alpen ..	4·0	2·666
	4·6	2·666		29·4	2·755
	40·3	2·755	Kitzbüchler Alpen ..	5·8	2·755
Zillertaler Alpen ...	21·9	2·724		24·8	2·726
	3·5	2·768	Zillertaler Alpen ...	17·3	2·714
	13·8	2·714		4·6	2·768
	3·5	2·768	Hohe Tauern.....	12·7	2·768
	5·2	2·714		7·5	2·693
	1·1	2·768	Dolomiten	8·6	2·724
	4·6	2·726		61·1	2·796
	4·6	2·657		7·5	2·674
Dolomiten	20·7	2·724		6·9	2·688
	4·6	2·565	Venetianer Alpen ..	17·3	2·649
	8·1	2·817		3·5	2·623
	20·7	2·752			
	8·1	2·565			
	5·2	2·724			
	5·8	2·657			
	1·1	2·724			
	16·1	2·674			
Lessinische Alpen..	27·1	2·674			
Euganeen.....	15·6	2·674			
Gesamtbreite	237·9		Gesamtbreite	211·0	

Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte	Gruppe	Breite in Kilo- metern	Dichte
Profil 15: $\lambda = 29^{\circ} 50'$			Profil 17: $\lambda = 30^{\circ} 10'$		
Nordtiroler Alpen ..	5·2	2·666	Nordtiroler Alpen ..	31·7	2·755
	25·3	2·755	Kitzbüchler Alpen ..	11·5	2·685
Kitzbüchler Alpen ..	17·3	2·685		11·5	2·724
	10·9	2·724	Hohe Tauern	23·0	2·714
Hohe Tauern	9·2	2·768		11·5	2·727
	12·1	2·714		13·8	2·768
	31·1	2·726		10·4	2·724
	5·8	2·724	Karnische Alpen ...	16·1	2·682
Dolomiten	50·7	2·796	Dolomiten	11·5	2·682
	11·5	2·674	Venetianer Alpen ..	8·1	2·726
	8·6	2·688		28·8	2·828
Venetianer Alpen ..	6·3	2·688		15·6	2·649
	10·9	2·649			
Gesamtbreite	204·9		Gesamtbreite	193·5	
Profil 16: $\lambda = 30^{\circ} 0'$			Profil 18: $\lambda = 30^{\circ} 20'$		
Nordtiroler Alpen ..	29·4	2·755	Nordtiroler Alpen ..	1·7	2·666
Kitzbüchler Alpen ..	19·0	2·685		35·7	2·743
	7·5	2·724	Kitzbüchler Alpen ..	5·2	2·871
Hohe Tauern	11·5	2·768		1·7	2·637
	11·5	2·714		13·3	2·724
	12·1	2·726	Hohe Tauern	15·0	2·727
	24·8	2·724		7·5	2·714
Dolomiten	46·7	2·796		10·9	2·727
	4·0	2·674		15·5	2·768
Venetianer Alpen ..	10·9	2·674		7·5	2·724
	8·6	2·688	Karnische Alpen ...	19·6	2·682
	9·8	2·649	Venetianer Alpen ...	36·3	2·828
				14·4	2·649
Gesamtbreite	195·8		Gesamtbreite	184·3	

Zur Berechnung der Massen brauchen wir nun nur noch die Höhen. Dieselben wurden den Untersuchungen Leiboldt's¹ entnommen. Es finden sich daselbst für die mittleren Höhen der einzelnen Gebirgsstöcke im betrachteten Gebiete folgende Zahlen. Die Grenzen der Gruppen sind ebenfalls nach Sonklar angenommen.

A. Ostalpen.

I. Zentralalpen.

	Mittlere Höhe
Öztaler Alpen	2259·3 <i>m</i>
Stubaier Alpen	1905·8
Sarntaler Alpen	1731·1
Zillertaler Alpen	1882·6
Hohe Tauern	1985·5

II. Nordalpen.

Vorarlberger und Allgäuer Alpen	1382·0
Nordtiroler Kalkalpen	1370·7
Kitzbüchler Alpen	1507·9

III. Südalpen.

Lessinische Alpen	973·1
Südtirolische Dolomiten	1737·3
Karnische Alpen	1414·5
Venetianische Alpen	1187·7
Euganeen	355
Monti Berici	260

B. Mittelalpen.

I. Zentralalpen.

Bernina	1771·1
Umbrail	2037·6
Nordrhätischer Hauptkamm (Silvretta) . . .	2068·6
Rhätikon	1489·8
Verwallgruppe	1747·8

¹ Gustav Leiboldt, Über die mittlere Höhe Europas. Plauen i. V., 1874.

II. Südalpen.

	Mittlere Höhe
Orobische Alpen	1354·7 <i>m</i>
Ortler.....	2030·7
Adamello.....	1667·2
Nonsberger Alpen	1313·9
Brentagruppe	1671·5
Alpen des Val di Ledro	1078·6
Gruppe des Orto d'Abramo.....	944·9
Gruppe des Montebaldo	1016·5

Die Anwendung von mittleren Höhen für die einzelnen Gruppen bedingt natürlich wieder eine Ungenauigkeit; sie führt zu richtigen Resultaten nur innerhalb von Gebieten mit konstanter Dichte. Wir wollen versuchen, den daraus entspringenden Fehler zu schätzen.

Wir nehmen an, wir hätten einen Gebirgsstock von der Breite s gemessen längs eines unserer Querschnitte; seine mittlere Höhe sei H . An den Stellen $s_1 s_2 \dots s_{n-1}$ wechsele die Dichte und die mittlere Höhe der Teilgebiete konstanter Dichte ϑ_i sei H_i . Die Masse des Gebirges längs des Querschnittes, wenn die Ausdehnung in der Ost—Westrichtung gleich der Längeneinheit genommen, ergibt sich dann gleich

$$\Sigma H_i \vartheta_i (s_i - s_{i-1}).$$

Statt dessen findet man mit der mittleren Höhe des ganzen Gebirges

$$H \Sigma \vartheta_i (s_i - s_{i-1}).$$

Der Fehler wird also

$$F = \Sigma H_i \vartheta_i (s_i - s_{i-1}) - H \Sigma \vartheta_i (s_i - s_{i-1}).$$

Setzen wir $H_i = H + \Delta h_i$, so wird

$$F = \Sigma \Delta h_i \vartheta_i (s_i - s_{i-1}).$$

Führen wir noch ein $\vartheta_i = \vartheta + \Delta \vartheta_i$, so bleibt

$$F = \vartheta \Sigma \Delta h_i (s_i - s_{i-1}) + \Sigma \Delta h_i \Delta \vartheta_i (s_i - s_{i-1}).$$

Nun läßt sich zeigen, daß $\Sigma \Delta h_i (s_i - s_{i-1}) = 0$ wird. Ist h die Höhe eines beliebigen Punktes des Querschnittes, so ist

$$H = \frac{\int_0^s h ds}{s} \quad H_i = \frac{\int_{s_{i-1}}^{s_i} h ds}{s_i - s_{i-1}},$$

also

$$\begin{aligned} Hs &= \int_0^s h ds = \int_0^{s_1} h ds + \int_{s_1}^{s_2} h ds + \dots + \int_{s_{n-1}}^s h ds = \\ &= \Sigma H_i (s_i - s_{i-1}) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} Hs &= \Sigma (H + \Delta h_i) (s_i - s_{i-1}) = H \Sigma (s_i - s_{i-1}) + \Sigma \Delta h_i (s_i - s_{i-1}) \\ &= Hs + \Sigma \Delta h_i (s_i - s_{i-1}), \end{aligned}$$

somit

$$\Sigma \Delta h_i (s_i - s_{i-1}) = 0.$$

Dies wäre genau richtig, wenn die Höhe H nur aus dem betrachteten Querschnitt abgeleitet wäre. Die Zahlen von p. 16 sind aber aus der ganzen vom Gebirge bedeckten Fläche berechnet. Da wir aber endlich alle Querschnitte in ein Mittel zusammenziehen werden, so wird für das Endresultat die obige Gleichung hinlänglich erfüllt sein. Es bleibt somit:

$$F = \Sigma \Delta h_i \Delta \vartheta_i (s_i - s_{i-1}).$$

Sind H_1 und H_2 der größte und der kleinste Wert der Höhe im betrachteten Gebiet, so werden die größten Abweichungen vom Mittel H etwa $\frac{H_2 - H_1}{2}$ sein und die mittlere Abweichung wird den Wert $\frac{H_2 - H_1}{4}$ erreichen. Es wird also

$$F = \frac{H_2 - H_1}{4} \Sigma \Delta \vartheta_i (s_i - s_{i-1})$$

und, da $\Delta \vartheta_i$ einen mittleren Wert von $\pm \mu$ hat, so finden wir endlich

$$F = \pm \frac{H_2 - H_1}{4} \mu \sqrt{\Sigma (s_i - s_{i-1})^2}.$$

Nehmen wir als Beispiel den Fall der Ötztaler Alpen im Querschnitt 6. Hier können wir für $H_2 - H_1$ den Wert 1389 *m* nehmen, den Leopoldt als mittlere relative Kammhöhe gibt; der Wert ist jedenfalls sehr extrem. Mit $\mu = \pm 0.018$ (p. 9) finden wir

$$F = \pm 2.4 \cdot 10^5 \text{ Tonnen (à 1000 kg).}$$

Kommen in einem Querschnitte z. B. vier solche Fälle vor, so steigt die Unsicherheit auf das doppelte. Im Gesamtmittel der 18 Querschnitte wird sie aber im Verhältnisse $\sqrt{18}$ verkleinert auftreten. Im Vergleich mit den unten gegebenen Zahlen für die einzelnen Querschnitte erkennt man, daß der Fehler unwesentlich ist. Die Kleinheit desselben rührt außer von den geringen Dichteunterschieden hauptsächlich von den kleinen Böschungswinkeln her, mit welchen die Gebirgsmassen ansteigen. Die Höhe ist eben immer noch sehr klein gegen die Basis.

Die Werte für die einzelnen Querschnitte, wobei die Dimension in der Richtung Ost—West immer gleich der Längeneinheit 1^m genommen ist, sind:

Profil	Masse in Tonnen	Profil	Masse in Tonnen
1	946.10 ⁶	10	991.10 ⁶
2	950.10 ⁶	11	943.10 ⁶
3	1129.10 ⁶	12	983.10 ⁶
4	1120.10 ⁶	13	1020.10 ⁶
5	1083.10 ⁶	14	943.10 ⁶
6	1034.10 ⁶	15	939.10 ⁶
7	1093.10 ⁶	16	882.10 ⁶
8	1023.10 ⁶	17	819.10 ⁶
9	976.10 ⁶	18	772.10 ⁶

Die Zahlen zeigen zunächst, daß auch in der Ost—Westrichtung nicht die Massen längs aller Querschnitte gleich sind. Man konstatiert eine Abnahme gegen Osten. Die großen Werte der westlichen Querschnitte rühren hauptsächlich von dem Einfluß der Silvretta, Umbrail und Ötztaler Alpen her, welche letztere

überhaupt den massigsten Stock der ganzen Alpen bilden. Die kleinen Werte der östlichen Querschnitte hingegen kommen von der Abnahme der Breite des Alpengebietes. Immerhin sind die Unterschiede so klein, daß man wohl annehmen kann, daß der unterirdische Massendefekt sie nicht mitmacht.¹ Überdies handelt es sich um seine Anziehung auf die mittleren Teile, wo die entfernteren Massen überhaupt wenig ausgeben und sich die Verschiedenheiten von Ost und West jedenfalls ausgleichen. Wir sind daher wohl berechtigt, aus den 18 Werten ein Mittel zu nehmen und dasselbe als Masse pro Längeneinheit des langgestreckten unterirdischen Massendefektes (mit negativem Zeichen) zu betrachten. Wir finden

$$980 \cdot 10^6 t.$$

Endlich wollen wir noch dem Umstand Rechnung tragen, daß die Zugrichtung der Alpen nicht genau ost-westlich ist, sondern mit dem Meridian einen Winkel von etwa 80° macht, während die Querschnitte alle parallel zum 29. Meridian liegen. Es wurde daher der obige Wert noch mit $\cos 10^\circ$ multipliziert. Es findet sich

$$965 \cdot 10^6 t,$$

welcher Wert der Wahrheit auf 1 bis 2% nahekommen dürfte.

Man könnte glauben, daß mit Rücksicht auf den Charakter der unten angestellten Berechnungen zu viel Mühe auf Herstellung dieses Wertes verschwendet wurde. Demgegenüber ist zu bemerken, daß man bei weniger Aufwand leicht zu sehr falschen Vorstellungen kommen kann. So ist ein durch eine einfache Überschlagsrechnung gefundener Wert, mit dem die ersten Versuche gemacht wurden, gleich um 20% zu groß gewesen. So liegt nun wenigstens ein Wert vor, der für die folgenden Untersuchungen als absolut verläßlich gelten darf.

Um denselben Wert der Masse zu erhalten, hätte man mit einer mittleren Dichte von $2 \cdot 739$ rechnen müssen, welcher Wert

¹ Vgl. Schiötz, Über die Reduktion von Pendelbeobachtungen auf dem Meeresspiegel. Beiträge zur Geophysik, X. Bd. — Über die Isostasie nach Schwerkraftbestimmungen. Ib., XI. Bd.

von dem Mittel auf p. 9 nur sehr wenig verschieden ist. Die Annahme einer Dichteverteilung nach dem Gesetze des Zufalles hätte also zu einem recht guten Werte geführt.

III.

Die Daten der hier verwendeten Sterneck'schen Beobachtungsreihe finden sich in der folgenden Zusammenstellung. Die ersten fünf Kolonnen enthalten Nummer und Name der Station, geographische Breite und Länge (von Greenwich) und die Seehöhe. Die sechste Kolonne gibt die Meridiandistanzen gerechnet aus den Breitenunterschieden mit der Station Brenner als Nullpunkt, welche Station zunächst als Mitte der Alpen gelten sollte, relativ zu welcher die unterirdische Massenverteilung symmetrisch sein sollte. Für die Schwerestörung ist aber nicht die Meridiandistanz, sondern die Entfernung der einzelnen Stationen von der Mittellinie der Alpen maßgebend. Dieselbe denken wir uns durch die Station Brenner unter 10° Neigung gegen den Parallelkreis gezogen. Die Entfernungen der Stationen von dieser Linie finden sich unter der Aufschrift »Reduzierte Distanzen« in der siebenten Kolonne. Die achte Kolonne gibt in der bekannten Bezeichnungsweise $g_0'' - \gamma_0$ die nach Anbringung aller Korrekturen (Seehöhe, Plattenanziehung, Topographie) verbleibende Schwerestörung. Die Werte sind dem III. Teile des Generalberichtes von 1909 entnommen und beruhen somit auf dem Potsdamer System. Der Wert für die Station München ist nicht der Sterneck'schen Reihe entnommen, sondern das Resultat des im oben zitierten Berichte durchgeführten Ausgleiches.¹

Da die durchgeführten Dichtebestimmungen andere Werte ergeben haben, als Sterneck bei der Reduktion verwendet, so wurden die von der Dichte abhängigen Korrekturen so geändert, daß sie der mittleren Dichte 2.73 entsprechen. Die angebrachten Verbesserungen und die neuen Störungswerte finden sich in den nächsten Kolonnen (9 und 10). Für die Stationen der bayrischen Hochebene, ebenso wie für die Poebene, wurde der Wert 2.2 beibehalten.

¹ Generalbericht für 1909, p. 25 und 102.

Tabelle

Nr.	Station	Geo- graphische Breite	Geo- graphische Länge	See- höhe in Metern	Meridian- distanz in Kilometern	Reduzierte Distanz
1	München	48° 8'7	11° 36'16	225	+126·8	+123·5
2	Grafring	48 2·7	11 56·6	543	+115·6	+108·1
3	Ostermünchen ..	47 56·6	12 2·8	503	+104·2	+ 95·5
4	Rosenheim	47 51·1	12 7·3	449	+ 94·0	+ 84·5
5	Fischbach	47 42·8	12 9	469	+ 78·6	+ 67·4
6	Kufstein	47 34·9	12 10·4	484	+ 64·0	+ 54·3
7	Wörgl	47 29·5	12 3·9	508	+ 54·1	+ 46·0
8	Jenbach	47 23·4	11 46·9	532	+ 42·7	+ 38·4
9	Fritzens	47 18·2	11 35·4	558	+ 33·2	+ 31·6
10	Innsbruck	47 15·7	11 24·3	584	+ 29·3	+ 30·2
11	Patsch	47 11·6	11 24·9	785	+ 21·0	+ 21·9
12	Matrei	47 7·6	11 27·5	995	+ 13·6	+ 14·1
13	Steinach	47 5·4	11 28·4	1050	+ 9·5	+ 9·8
14	Gries	47 2·6	11 29·4	1257	+ 4·3	+ 4·4
15	Brenner	47 0·3	11 30·5	1372	0·0	0·0
16	Schelleberg	46 56·8	11 27·0	1243	— 6·4	— 5·5
17	Gossensaß	46 56·3	11 26·7	1067	— 7·4	— 6·5
18	Sterzing	46 53·9	11 26	950	— 11·9	— 10·7
19	Freienfeld	46 52·2	11 29·5	937	— 15·0	— 14·6
20	Grasstein	46 49·3	11 32	846	— 20·5	— 20·5
21	Franzensfeste ..	46 47·4	11 36·8	749	— 24·0	— 25·0
22	Brixen	46 42·8	11 39·3	573	— 32·5	— 34·0
23	Klausen	46 38·6	11 34·6	525	— 40·3	— 40·6
24	Waidbruck	46 36·1	11 32·2	473	— 44·8	— 44·5
25	Atzwang	46 32·3	11 29·9	376	— 51·9	— 51·0
26	Blumau	46 29·8	11 26·9	318	— 56·4	— 54·8
27	Bozen	46 30·0	11 21·6	268	— 56·2	— 53·4
28	Branzoll	46 24·3	11 19·2	230	— 66·8	— 63·3
29	Neumarkt	46 19·2	11 16·6	219	— 76·2	— 72·0
30	Salurn	46 14·8	11 12·4	214	— 84·3	— 79·1
31	S. Michele	46 12·5	11 7·9	212	— 88·5	— 82·2
32	Lavis	46 9·0	11 6·0	208	— 95·1	— 88·2
33	Trient	46 4·5	11 7·5	195	—103·3	— 96·7
34	Matarello	46 0·5	11 7·6	188	—110·7	—104·0
35	Calliano	45 56·3	11 5·9	185	—118·6	—111·4
36	Riva	45 53·1	10 50·9	70	—124·6	—114·0
37	Mori	45 51·6	11 0·3	176	—127·2	—118·7
38	Ala	45 45·6	11 0·0	150	—138·3	—129·5
39	Avio	45 44·1	10 57·5	139	—141·2	—131·8
40	Peri	45 39·5	10 54·2	126	—149·6	—139·4
41	Ceraino	45 34·6	10 49·9	108	—158·7	—147·4
42	Pescantina	45 29·6	10 52·9	78	—168·1	—157·3
43	Dossobuono	45 23·4	10 55·0	66	—179·6	—169·1
44	Mozzecane	45 18·1	10 49·5	47	—189·4	—177·6
45	Mantua	45 9·2	10 47·4	21	—205·9	—193·3
46	Borgoforte	45 3·8	10 45·2	21	—215·9	—202·7

I.

$g_0'' - \gamma_0$	Reduktion auf Dichte 2.73	Korrigierte Werte $g_0'' - \gamma_0$	Mittel		Darstellung		
					I	II	III
-0.00052		-0.00052	- 52	- 52	0	+ 1	
- 71		- 71	- 92	- 71	+ 1	+ 8	
- 112		- 112	-116	-114	-23	- 4	
- 116		- 116	-104	- 87	-13	+ 8	
- 80	- 7	- 87	-104	-133	+36	+51	
- 115	- 6	- 121	-141	-142	+15	+23	
- 139	- 6	- 145	-152	-154	- 4	+ 2	
- 140	- 6	- 146	-153	-146	- 1	+ 3	
- 104	- 6	- 110	-141	-140	+37	+40	
- 158	- 6	- 164	-152	-146	-16	-14	
- 144	- 3	- 147	-152	-146	+ 3	+ 4	
- 151	- 5	- 156	-152	-146	- 5	- 4	
- 162	- 5	- 167	-152	-146	-16	-15	
- 128	- 6	- 134	-153	-146	+18	+17	
- 152	- 6	- 158	-153	-146	- 6	- 7	
- 146	- 6	- 152	-153	-146	0	- 1	
- 150	- 5	- 155	-153	-146	- 3	- 4	
- 149	- 4	- 153	-153	-146	- 2	- 3	
- 109	- 4	- 113	-141	-140	+38	+36	
- 142	- 3	- 145	-141	-140	+ 5	+ 3	
- 150	- 2	- 152	-141	-140	- 3	- 5	
- 121	- 2	- 123	-108	-117	+23	+21	
- 94	- 1	- 95	-108	-117	+49	+46	
- 105	0	- 105	-127	-121	+37	+34	
- 125	0	- 125	-127	-121	+13	+10	
- 108	0	- 108	-127	-121	+27	+24	
- 153	0	- 153	-127	-121	-18	-20	
- 121	0	- 121	-112	-88	+ 6	+ 4	
- 113	0	- 113	-112	-88	+ 6	+ 1	
- 129	- 1	- 130	-112	-88	-20	-28	
- 123	- 1	- 124	-112	-88	-17	-29	
- 81	- 1	- 82	- 51	- 31	+16	- 3	
- 57	- 1	- 58	- 51	- 31	+28	+ 3	- 2
- 43	- 1	- 44	- 51	- 31	+32	+ 8	- 1
- 22	- 1	- 23	- 51	- 31	+45	+24	0
- 19	+ 2	- 17	- 11	- 11	+47	+28	-14
- 40	- 1	- 41	- 11	- 11	+17	0	-60
+ 36	+ 1	+ 37	+ 42	+ 39	+83	+73	+ 4
+ 38	+ 1	+ 39	+ 42	+ 39	+83	+73	+ 2
+ 42	0	+ 42	+ 42	+ 19	+81	+72	+ 3
+ 46	- 1	+ 45	+ 42	+ 19	+79	+72	+ 5
- 8		- 8	+ 1	+ 9	+21	+16	-26
+ 10		+ 10	+ 1	+ 9	+34	+31	+23
+ 7		+ 7	+ 7	+ 9	+28	+25	+20
- 44		- 44	- 74	- 44	-27	-26	
- 104		- 104	- 74	-104	-88	-89	

Die nächste Kolonne gibt Mittelwerte der Beobachtungsergebnisse, vereinigt von je 20 zu 20 *km* mit der Station Brenner als Mitte. Es stellte sich während der Untersuchungen heraus, daß sich der Verlauf symmetrisch gestaltet, wenn man den Anfangspunkt um etwa 10 *km* nach Norden schiebt. Dementsprechend sind in der nächsten Kolonne Mittel gebildet in Intervallen, die gegen die früheren um 10 *km* verschoben sind.

Da die Zahlen auf p. 19 gezeigt haben, daß die Massenverteilung der Alpen längs der Hauptzugrichtung nicht konstant ist, konnten die anderen Reihen Sterneck'scher Schwerebeobachtungen in Tirol, das sind die Linien Lienz—Franzensfeste, Bozen—Meran—Mals—Landeck—Innsbruck und Landeck—Arlberg—Bregenz nicht herangezogen werden; sie erfüllen nicht mehr hinreichend die Bedingung, den betrachteten Gebirgstheil in seinem mittleren Teil zu überqueren.

IV.

Wir wollen annehmen, daß der Massendefekt, der durch die Schwerebestimmungen nachgewiesen ist, die ganze Masse der Alpen kompensiert und uns denselben in Form eines liegenden zu den Alpen parallelen Prismas von rechteckigem Querschnitt denken, dessen Ausdehnung in der Längsrichtung als unendlich angesehen werden kann. Der Querschnitt desselben mit dem Dichtedefizit multipliziert, muß die Zahl $965 \cdot 10^6$ geben.

Eigentlich sollte dem Sinne der Isostasie entsprechend die Kompensation nicht nach der Masse, sondern nach dem Gewichte erfolgen. Wenn also die kompensierenden Massen weit in die Tiefe reichen, wäre auf die Veränderung der Schwerkraft Rücksicht zu nehmen. Nach Helmert¹ nimmt die Schwere beim Eintreten in die Erdkruste zu und erreicht ein Maximum von $1 \cdot 05 g_0$ in einer Tiefe 0·18 des Erdradius, das ist in der Tiefe von 1145 *km*. Da solche Tiefen hier gar nicht in Frage kommen, brauchen wir einen Unterschied zwischen Massen- und Gewichtskompensation nicht zu machen.

¹ Helmert, Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, II. Bd., p. 493.

Wir wollen also annehmen, daß der Massendefekt die oben beschriebene Figur und Masse hat, und wir müssen nun die Ausdrücke für die Anziehung eines solchen Körpers ableiten.

Wir suchen zuerst die Anziehung eines unendlich dünnen, unendlich langen Prismas vom Querschnitt dq . Sein senkrechter Abstand vom angezogenen Punkt P sei d (Fig. 3). Ist ferner dl das Längenelement und ϑ die Dichte, so ist das

Massenelement gegeben durch $\vartheta \cdot dq \cdot dl$. Bezeichnet endlich r den Abstand des Massenelementes von P und α den Winkel, den dieser mit d einschließt, so ist in bekannter Weise

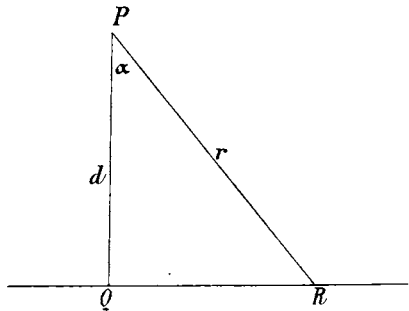


Fig. 3.

$$PR = r = \frac{d}{\cos \alpha}$$

$$QR = l = d \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

somit

$$dl = \frac{d}{\cos^2 \alpha} \cdot d\alpha.$$

Die in die Richtung von d fallende Komponente der Anziehungskraft wird also:

$$df = k^2 \vartheta dq \cdot \frac{d}{\cos^2 \alpha} \cdot d\alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{d^2} \cdot \cos \alpha = \frac{k^2 \vartheta}{d} \cdot \cos \alpha \, d\alpha \, dq$$

und die Anziehung des ganzen Elementarprismas:

$$f = \frac{2k^2 \vartheta dq}{d} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \, d\alpha = \frac{2k^2 \vartheta}{d} \cdot dq.$$

Es sei nun in Fig. 4 $ABCD$ ein Querschnitt senkrecht zur Längenausdehnung des Prismas, EF eine unendliche dünne Schicht desselben und in G ein Querschnittelement dq . Dann

fällt die eben berechnete Kraft f in die Richtung PG und ihre Komponenten senkrecht und parallel zu den Seitenflächen sind

$$dF_1 = f \cos \varphi$$

$$dF_2 = f \sin \varphi$$

Setzen wir noch $AA' = l$, $A'P = m$, $AC = BD = A'C' = p$ und $AB = CD = s$ und legen durch P ein rechtwinkliges

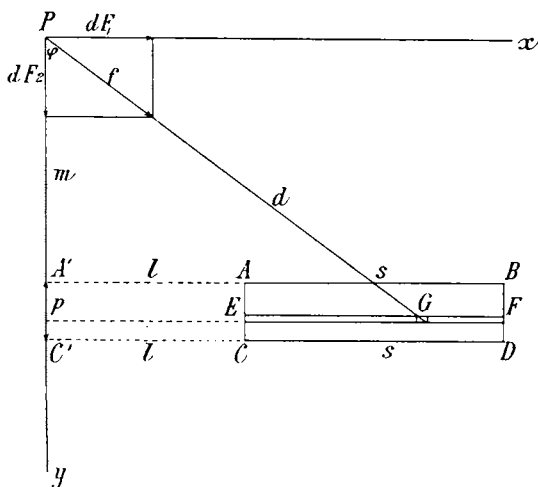


Fig. 4.

Koordinatensystem mit der y -Achse in der Richtung PA' , so wird

$$dq = dx \cdot dy$$

und

$$F_1 = 2k^2 \vartheta \int_m^{m+p} \int_l^{l+s} \frac{\cos \varphi}{d} dx dy$$

$$F_2 = 2k^2 \vartheta \int_m^{m+p} \int_l^{l+s} \frac{\sin \varphi}{d} dx dy$$

Für die Integration nach x bleibt y zunächst konstant. Es ist:

$$d = PG = \frac{y}{\cos \varphi} \quad x = y \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad dx = \frac{y}{\cos^2 \varphi} \cdot d\varphi,$$

somit

$$F_1 = 2 k^2 \vartheta \int_m^{m+p} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} dy d\varphi = 2 k^2 \vartheta \int_m^{m+p} (\varphi_2 - \varphi_1) dy$$

$$F_2 = 2 k^2 \vartheta \int_m^{m+p} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \operatorname{tg} \varphi dy d\varphi = 2 k^2 \vartheta \int_m^{m+p} \log \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} dy$$

mit

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{l}{y} \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{l+s}{y}. \quad 1)$$

Ist p sehr klein, so reduziert sich das Prisma auf eine Platte; wir brauchen dann die zweite Integration nicht mehr auszuführen und es ist

$$dy = p$$

$$F_1 = 2 k^2 \vartheta p (\varphi_2 - \varphi_1) \quad 1)$$

$$F_2 = 2 k^2 \vartheta p \log \left(\frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \right). \quad 2)$$

Ist aber p groß, so haben wir die Integration vollständig auszuführen. Mit Hilfe der Substitution

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{l}{y} \quad \text{und} \quad dy = - \frac{l}{\sin^2 \varphi_1} \cdot d\varphi_1$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{l+s}{y} \quad dy = - \frac{l+s}{\sin^2 \varphi_2} \cdot d\varphi_2$$

finden wir

$$\begin{aligned} \int \varphi_1 dy &= -l \int \frac{\varphi_1 d\varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} = \\ &= l(\varphi_1 \operatorname{ctg} \varphi_1 - \log \sin \varphi_1) = y \varphi_1 - l \log \sin \varphi_1 \end{aligned}$$

$$\int \varphi_2 dy = (l+s)(\varphi_2 \operatorname{ctg} \varphi_2 - \log \sin \varphi_2) = y \varphi_2 - (l+s) \log \sin \varphi_2$$

$$\begin{aligned} \int \log \cos \varphi_1 dy &= -l \int \frac{\log \cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1} \cdot d\varphi_1 = \\ &= l(\operatorname{ctg} \varphi_1 \log \cos \varphi_1 + \varphi_1) = y \log \cos \varphi_1 + l \varphi_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \log \cos \varphi_2 dy &= (l+s)(\operatorname{ctg} \varphi_2 \log \cos \varphi_2 + \varphi_2) = \\ &= y \log \cos \varphi_2 + (l+s) \varphi_2 \end{aligned}$$

Setzen wir nun die Grenzen m und $m+p$ ein und setzen

$$\operatorname{tg} \varphi_{11} = \frac{l}{m} \quad \operatorname{tg} \varphi_{12} = \frac{l}{m+p} \quad \operatorname{tg} \varphi_{21} = \frac{l+s}{m} \quad \operatorname{tg} \varphi_{22} = \frac{l+s}{m+p},$$

so daß φ_{11} , φ_{12} , φ_{21} und φ_{22} die Werte bedeuten, die φ_1 und φ_2 an den Grenzen annehmen, so finden wir

$$F_1 = 2 k^2 \vartheta \left[m (\varphi_{22} - \varphi_{21} - \varphi_{12} + \varphi_{11}) + p (\varphi_{22} - \varphi_{12}) + \right. \\ \left. + l \cdot \log \frac{\sin \varphi_{21} \sin \varphi_{12}}{\sin \varphi_{22} \sin \varphi_{11}} + s \cdot \log \frac{\sin \varphi_{21}}{\sin \varphi_{22}} \right] \quad 3)$$

$$F_2 = 2 k^2 \vartheta \left[-l (\varphi_{22} - \varphi_{21} - \varphi_{12} + \varphi_{11}) - s (\varphi_{22} - \varphi_{21}) + \right. \\ \left. + m \log \frac{\cos \varphi_{21} \cos \varphi_{12}}{\cos \varphi_{22} \cos \varphi_{11}} + p \log \frac{\cos \varphi_{12}}{\cos \varphi_{22}} \right] \quad 4)$$

Diese Form hat den Vorteil, daß sich aus derselben sofort die Werte der Differentialquotienten nach m , p , l und s ablesen lassen. F_1 und F_2 sind nämlich homogene Funktionen ersten Grades. Es gilt also die Beziehung

$$F_1 = \frac{\partial F_1}{\partial l} \cdot l + \frac{\partial F_1}{\partial m} \cdot m + \frac{\partial F_1}{\partial p} \cdot p + \frac{\partial F_1}{\partial s} \cdot s$$

$$F_2 = \frac{\partial F_2}{\partial l} \cdot l + \frac{\partial F_2}{\partial m} \cdot m + \frac{\partial F_2}{\partial p} \cdot p + \frac{\partial F_2}{\partial s} \cdot s$$

Die Koeffizienten von l , m , p und s in den Formeln 3) und 4) sind also schon die Differentialquotienten.

Für die Rechnung setzt man die Formeln aber folgendermaßen in eine bequemere Form. Es wird

$$F_1 = 2 k^2 \vartheta [(m+p) (\varphi_{22} - \varphi_{12} - \operatorname{tg} \varphi_{22} \log \sin \varphi_{22} + \operatorname{tg} \varphi_{12} \log \sin \varphi_{12}) \\ - m (\varphi_{21} - \varphi_{11} - \operatorname{tg} \varphi_{21} \log \sin \varphi_{21} + \operatorname{tg} \varphi_{11} \log \sin \varphi_{11})]$$

$$F_2 = 2 k^2 \vartheta [l (\varphi_{12} - \varphi_{11} + \operatorname{ctg} \varphi_{12} \log \cos \varphi_{12} - \operatorname{ctg} \varphi_{11} \log \cos \varphi_{11}) \\ - (l+s) (\varphi_{22} - \varphi_{21} + \operatorname{ctg} \varphi_{22} \log \cos \varphi_{22} - \operatorname{ctg} \varphi_{21} \log \cos \varphi_{21})]$$

Setzen wir noch

$$\varphi - \operatorname{tg} \varphi \log \sin \varphi = f \quad \varphi + \operatorname{ctg} \varphi \log \cos \varphi = g,$$

so wird

$$F_1 = 2 k^2 \vartheta [(m+p)(f_{22} - f_{12}) - m(f_{21} - f_{11})] \quad (5)$$

$$F_2 = 2 k^2 \vartheta [l(g_{12} - g_{11}) - (l+s)(g_{22} - g_{21})] \quad (6)$$

Der Gebrauch dieser Formel wird durch Anwendung von Tafeln für die Funktionen f und g wesentlich erleichtert. Im Folgenden wurde nur die erste Formel verwendet; es wurde also auch nur eine Tafel für f gerechnet (Tabelle II).

Spezialfälle, die im Folgenden gebraucht werden, sind:

1. $m = 0$. Der angezogene Punkt liegt auf der Oberfläche des Prismas selbst oder in ihrer Erweiterung.

Es wird mit $p s \vartheta = M$

$$F_1 = 2 k^2 \vartheta p (f_{22} - f_{12}) = \frac{2 k^2 M}{s} (f_{22} - f_{12}). \quad (7)$$

2. $l = -\frac{s}{2}$. Der angezogene Punkt liegt in der Symmetrieebene des Prismas.

Dann ist

$$\varphi_{12} = -\varphi_{22} \quad \varphi_{11} = -\varphi_{21}$$

und daher auch

$$f_{12} = -f_{22} \quad f_{11} = -f_{21}$$

und wir finden

$$F_1 = 4 k^2 \vartheta [(m+p)f_{22} - m f_{21}]. \quad (8)$$

Wird überdies noch $m = 0$, so bleibt

$$F_1 = 4 k^2 \vartheta p f_{22} = \frac{4 k^2 M \cdot f_{22}}{s}. \quad (9)$$

Tabelle

φ	f	Δ	φ	f	Δ
0°0	0·0000	128	0°	0·0000	881
0·1	0·0128	104	1	0·0881	640
0·2	0·0232	95	2	0·1521	549
0·3	0·0327	89	3	0·2070	490
0·4	0·0416	85	4	0·2560	448
0·5	0·0501	81	5	0·3008	413
0·6	0·0582	78	6	0·3421	385
0·7	0·0660	76	7	0·3806	362
0·8	0·0736	74	8	0·4168	341
0·9	0·0810	71	9	0·4509	323
1·0	0·0881	70	10	0·4832	308
1·1	0·0951	68	11	0·5140	293
1·2	0·1019	67	12	0·5433	280
1·3	0·1086	65	13	0·5713	269
1·4	0·1151	65	14	0·5982	258
1·5	0·1216	63	15	0·6240	248
1·6	0·1279	62	16	0·6488	239
1·7	0·1341	61	17	0·6727	230
1·8	0·1402	60	18	0·6957	223
1·9	0·1462	59	19	0·7180	216
2·0	0·1521	58	20	0·7396	209
2·1	0·1579	57	21	0·7605	202
2·2	0·1636	57	22	0·7807	196
2·3	0·1693	56	23	0·8003	191
2·4	0·1749	55	24	0·8194	186
2·5	0·1804	54	25	0·8380	180
2·6	0·1858	54	26	0·8560	176
2·7	0·1912	53	27	0·8736	171
2·8	0·1965	53	28	0·8907	167
2·9	0·2018	52	29	0·9074	163
3·0	0·2070		30	0·9237	

II.

φ	f	Δ	φ	f	Δ
30	0·9237	160	60	1·2963	100
31	0·9397	156	61	1·3063	99
32	0·9553	153	62	1·3162	99
33	0·9706	149	63	1·3261	97
34	0·9855	146	64	1·3358	96
35	1·0001	143	65	1·3454	96
36	1·0144	140	66	1·3550	95
37	1·0284	138	67	1·3645	94
38	1·0422	135	68	1·3739	94
39	1·0557	133	69	1·3833	93
40	1·0690	130	70	1·3926	93
41	1·0820	128	71	1·4019	92
42	1·0948	126	72	1·4111	91
43	1·1074	124	73	1·4202	91
44	1·1198	122	74	1·4293	91
45	1·1320	120	75	1·4384	90
46	1·1440	118	76	1·4474	90
47	1·1558	117	77	1·4564	89
48	1·1675	115	78	1·4653	89
49	1·1790	113	79	1·4742	89
50	1·1903	112	80	1·4831	88
51	1·2015	110	81	1·4919	89
52	1·2125	109	82	1·5008	88
53	1·2234	108	83	1·5096	88
54	1·2342	106	84	1·5184	87
55	1·2448	106	85	1·5271	88
56	1·2554	104	86	1·5359	87
57	1·2658	103	87	1·5446	87
58	1·2761	102	88	1·5533	88
59	1·2863	100	89	1·5621	87
60	1·2963		90	1·5708	

V.

Die erste Annahme über die Lagerung des Massendefektes war die folgende: Der Defekt soll die Form einer Platte von mäßiger Dicke haben, derart, daß die einfache Formel 1) in Anwendung kommen kann. Der Einfluß der Krümmung der Erde und der Seehöhe der Beobachtungsstationen wurde vernachlässigt.

Die erste Bedingung, die zu erfüllen ist, besteht darin, daß in den zentralen Teilen des Gebirges die durch die Beobachtung

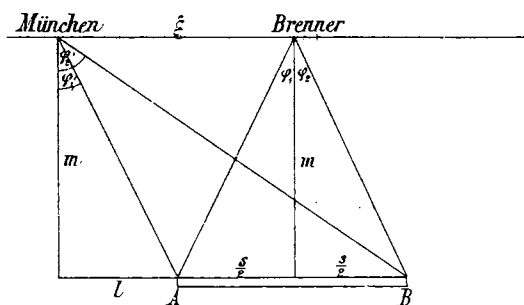


Fig. 5.

verlangte Störung wiedergegeben wird. Für diese nehmen wir als Mittelwert

$$-0^m00152$$

und lassen die Station Brenner als mittelste gelten. Wir haben dann die Gleichung

$$2 k^2 \vartheta p (\varphi_2 - \varphi_1) = -0 \cdot 00152 = c_1. \quad (10)$$

Bezeichnet man wieder mit M die Größe

$$M = p s \vartheta,$$

so ist

$$2 k^2 M \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{s} = c_1 \quad \text{oder} \quad \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{s} = c'_1,$$

wo c'_1 eine bekannte Größe ist. Ist der Defekt nun zur Station Brenner symmetrisch gelegen, so wird (Fig. 5)

$$\varphi_1 = -\varphi_2 \quad (11)$$

und daher

$$s = \frac{2 \varphi_2}{c'_1} g. \quad (12)$$

Es ergibt sich daher zu jedem angenommenen Wert von φ_2 ein zugehöriger Wert von s .

Für $2 k^2$ setzt man

$$2 k^2 = \frac{3 g}{2 a \vartheta_m \pi}$$

und mit den Werten

$$\begin{aligned} g &= 9^{91} 78030 \\ a &= 6377397^m \\ \vartheta_m &= 5 \cdot 6 \\ M &= -965 \cdot 10^6, \end{aligned} \quad (13)$$

wo alles in Metern ausgedrückt ist, erhält man

$$\log 2 k^2 = 3 \cdot 11645 - 10$$

und

$$\log c'_1 = 6 \cdot 83898 - 10;$$

φ_2 muß dann in Graden ausgedrückt sein.

Es wurden nun für φ der Reihe nach Werte von 5 zu 5° eingesetzt. Es findet sich dann zu jedem φ das zugehörige s aus Formel 12) und aus

$$m = \frac{s}{2} \operatorname{ctg} \varphi_2$$

der entsprechende Wert von m , die Tiefe der Platte unter dem Meeresniveau. Ferner findet man sofort aus $M = p s \vartheta$ den Wert von $p \vartheta$, welche Größe als die Flächendichte der Platte angesehen werden muß. Setzt man für ϑ beliebige Werte ein, so erhält man die zugehörige Plattendicke, doch muß man dabei ϑ Werte vermeiden, die ein so großes p liefern, daß die Anwendbarkeit der Formel 1) in Frage gestellt ist. Es kommen also hier nur große ϑ -Werte in Betracht. Umgekehrt erhält man zu jedem angenommenen p die zugehörige Defektdichte ϑ . Diese Defektdichte kommt von der normalen Dichte in Abzug. Hier ist eine Grenze dadurch gegeben, daß nirgends negative Dichten resultieren dürfen.

Den größten Wert erhält s , wenn $\varphi_2 - \varphi_1 = 180^\circ$ oder $\varphi_2 = 90^\circ$ wird. Dann wird $s = 260 \cdot 79 \text{ km}$ und $m = 0$. Die Platte liegt dann im Meeresniveau.

Der entgegengesetzte Grenzfall ist $s = 0$. Er führt natürlich auf eine physikalisch unmögliche Konfiguration, weil $\delta p = \infty$ wird. Es wurden aber trotzdem die zugehörigen Werte gerechnet, um sicher zu sein, daß sich der Charakter der Erscheinung mit Annäherung an die Nullstelle nicht noch wesentlich ändert. Man hat, wenn φ_2 ein kleiner Winkel wird,

$$m = \frac{s}{2} \operatorname{ctg} \varphi_2 = \frac{s \cdot \omega}{2 \cdot \varphi_2} \quad \omega = 57 \cdot 29578$$

und, da

$$\varphi_2 = \frac{s c_1'}{2}$$

ist, so wird

$$m = \frac{\omega}{c_1'} = 83 \cdot 01 \text{ km}.$$

Die folgende Zusammenstellung enthält sämtliche so gefundenen Konfigurationen der behandelten Art, die in der Station Brenner die Störung $-0 \cdot 00152$ ergeben. Nun führen wir als zweite Bedingung ein, daß in einer Entfernung von $123 \cdot 5 \text{ km}$ (Station München) die Störung auf den Betrag $-0 \cdot 00052$ heruntergehen soll. Der entsprechende Punkt auf der Südseite der Alpen liegt zwischen Mori und Ala und hätte fast 0 als Störungswert. Im Süden schließen sich aber hier positive Werte an; da wir nicht wissen, wie weit sich der Einfluß der zugehörigen Massenanhäufung noch bei den Stationen südlich vom Brenner geltend macht und so die negativen Störungswerte kleiner erscheinen läßt, so kann die Nordseite gewissermaßen als ungestörter gelten und es wurde daher diese Seite der Alpen vornehmlich mit der Rechnung verglichen.

Bezeichnen wir die reduzierte Entfernung Brenner—München $= 123 \cdot 5 \text{ km}$ mit ξ , so wird (Fig. 5):

$$\begin{aligned} l &= \xi - \frac{s}{2} & l+s &= \xi + \frac{s}{2} \\ \operatorname{tg} \varphi_1' &= \frac{2\xi - s}{2m} & \operatorname{tg} \varphi_2' &= \frac{2\xi + s}{2m} \end{aligned}$$

und die Störung c_2 in der Entfernung ξ :

$$c_2 = 2 k^2 \vartheta p (\varphi'_2 - \varphi'_1) = 2 k^2 M \frac{\varphi'_2 - \varphi'_1}{s}. \quad (14)$$

Der Grenzwert für $m = 0$ wird mit $\varphi'_1 = -\varphi'_2 = \frac{\pi}{2}$ gleich

$$2 k^2 \vartheta p \pi = c_1 = -0.00152,$$

was selbstverständlich ist, weil an der Oberfläche der Platte alle Werte bis zum Rande gleich dem in der Mitte sind.

Den Grenzwert für $s = 0$ findet man auf folgende Weise:

Es ist für kleine Werte von s

$$\varphi'_2 = \arctg \frac{l+s}{m} = \arctg \frac{l}{m} + \frac{s}{m} \frac{1}{1 + \frac{l^2}{m^2}}$$

$$\varphi'_1 = \arctg \frac{l}{m},$$

somit

$$\varphi'_2 - \varphi'_1 = \frac{s}{m} \cdot \frac{1}{1 + \frac{l^2}{m^2}} = \frac{s}{m} \cdot \cos^2 \varphi'_1.$$

Ferner ist

$$\varphi_2 = \arctg \frac{s}{2m} = \frac{s}{2m} + \dots$$

Nun ist (nach 10, 11 und 14)

$$c_1 = 4 k^2 M \frac{\varphi_2}{s} \quad c_2 = 2 k^2 M \frac{\varphi'_2 - \varphi'_1}{s},$$

somit

$$c_2 = c_1 \cdot \frac{\varphi'_2 - \varphi'_1}{2 \varphi_2} = c_1 \cos^2 \varphi'_1 = -0.00047.$$

Dies zeigt, daß es keine Konfiguration der betrachteten Art gibt, bei welcher der Wert für die Station München unter 0.00047 heruntergeht.

Die Reihe der Störungswerte für $\xi = 123.5$ findet sich in der letzten Kolonne der Tabelle. Daraus ergibt sich, daß wir

unter $\varphi = 65^\circ$ etwa ein Wertsystem finden, das unseren Bedingungen entspricht, vorausgesetzt, daß auch die Zwischenwerte gut dargestellt sind. Wir finden den Vergleich der berechneten Werte mit den Mittelwerten der 11. Kolonne auf p. 23 in der Tabelle IV. Diese gibt kein ganz richtiges Bild, weil einige der verglichenen Werte keine Mittelwerte sind, sondern einzeln dastehen. Sie sind durch Klammern gekennzeichnet. Eine ausführliche Darstellung findet sich in der mit I überschriebenen Kolonne auf p. 23. Die Darstellung erscheint ganz zufriedenstellend, wenn man nicht über Station 32, wo der Einfluß der Massenanhäufung deutlich wird, hinausgeht. Die großen positiven Werte bei 22 bis 26 sind durch eine auffallende Einsenkung in den beobachteten Störungswerten bedingt. Dieselbe wird sich durch ein einfaches Gesetz überhaupt nicht darstellen lassen.

Tabelle III.

φ	Breite s in Kilometern	Tiefe m in Kilometern	Dicke p für $\delta = 1$	Störung für $\xi = 123.5$
90°	260.8	0.0	3.71	-0.00152
85	246.3	10.8	3.93	77
80	231.8	20.4	4.17	62
75	217.3	29.1	4.45	57
70	202.8	36.9	4.77	54
65	188.4	43.9	5.13	52
60	173.9	50.2	5.56	51
55	159.4	55.8	6.07	50
50	144.9	60.8	6.67	50
45	130.4	65.2	7.41	49
40	115.9	69.1	8.34	49
35	101.4	72.4	9.53	48
30	86.9	75.3	11.12	48
25	72.4	77.7	13.35	48
20	58.0	79.6	16.68	48
15	43.5	81.1	(22.24)	47
10	29.0	82.2	(33.36)	47
5	14.5	82.8	(66.73)	47
0	0.0	83.0	(∞)	47

Tabelle IV.

ξ in Kilometern	Beobachtung	Rechnung	$B-R$
+120	(- 52)	- 57	+ 5
+100	- 92	- 82	-10
+ 80	(-116)	-109	- 7
+ 60	-104	-131	+27
+ 40	-141	-144	+ 3
+ 20	-152	-150	- 2
+ 0	-153	-152	- 1
- 20	-141	-150	+ 9
- 40	-108	-144	+36
- 60	-127	-131	+ 4
- 80	-112	-109	- 3
-100	- 51	- 82	+31
-120	- 11	- 57	+46
-140	+ 42	- 39	+81
-160	+ 1	- 28	+29
-180	(+ 7)	- 21	+28
-200	- 74	- 16	-58

Läßt man diese Darstellung als hinreichend gelten, so haben wir folgende Lösung unserer Aufgabe gefunden. Der Alpendefekt hat die Form einer weit in die Länge erstreckten Platte von der Breite

$$s = 188 \cdot 4 \text{ km},$$

die in einer Tiefe von

$$m = 43 \cdot 9 \text{ km}^1$$

liegt. Auf Grund unserer Vorstellungen über die Isostasie führt dies zu folgendem Resultat: Die Scholle, aus welcher die Alpen bestehen, ist etwa 40 km dick und taucht in einer Breite von beiläufig 190 km in eine dichtere Magma- oder plastische Schicht ein, durch deren Verdrängung ein scheinbarer Massendefekt entsteht. Ist die Dichtedifferenz zwischen Kruste und

¹ Nach O. Fischer's Untersuchungen der Lotstörungen in Indien ist die Dicke der Erdrinde, übereinstimmend mit dem obigen Werte, gleich 25 Meilen (40 km).

verdrängter Masse = 1 (Defektdichte ϑ), so beträgt die Tiefe des Eintauchens 5 *km*.

Der Einfluß des Alpendefektes macht sich weit über die Grenzen des Alpengebietes hinaus geltend. Aus diesem Grunde tritt die Massenanhäufung im Süden nach Abzug des Alpeinflusses viel stärker hervor. Im Norden aber herrscht der Einfluß der Alpen in ganz Bayern vor, und es ist nicht notwendig, anzunehmen, daß sich daselbst ein eigener Massendefekt befindet. Wir haben auch gesehen, daß unter den betrachteten Fällen keiner ist, in welchem nicht noch der größte Teil der Störung in München den Alpen zufiele.

VI.

Wir untersuchen nun eine andere Reihe von Fällen, indem wir dem Defekt größere Ausdehnung geben, woraus dann naturgemäß geringere Dichtenunterschiede folgen. Wir setzen den Querschnitt wieder rechteckig voraus und machen die Festsetzung, daß die obere Begrenzungsfläche des Defektes mit dem Meeresniveau zusammenfalle. Die Rechnung müßte nun nach der vollständigen Formel 5) geführt werden; wenn wir aber die Seehöhe zunächst noch vernachlässigen, kommt Formel 7) und 9) in Anwendung. Es wird dann für die Ausgangsstation Brenner

$$\frac{4 k^2 M f_{22}}{s} = -0.00152. \quad 15)$$

Geht man von einem beliebigen Werte von φ aus, so gibt die Tafel II den dazugehörigen Wert von f und die obige Formel dann den Wert von s . Ferner findet sich nach den Formeln

$$p = \frac{s}{2} \operatorname{ctg} \varphi_{22} \quad \text{und} \quad \frac{M}{s p} = \vartheta$$

der Wert von p und ϑ (Fig. 6).

Der Störungswert für $\xi = 123.5$ ergibt sich dann nach Formel 7).

Es wurden auch hier die Rechnungen bis zur äußersten Grenze fortgesetzt.

Für $\varphi_{22} = 90^\circ$ fällt man sofort auf den früheren Fall der Platte zurück mit $s = 260 \cdot 8 \text{ km}$ und $p \vartheta = 0 \cdot \infty = 3 \cdot 71$.

Mehr Interesse bietet der Fall $\varphi_{22} = 0$ oder $s = 0$, weil sich zeigen läßt, daß für kleine s der Störungswert für ein beliebiges ξ unter jede Grenze heruntergebracht werden kann.

Da $p = \frac{s}{2 \operatorname{tg} \varphi_{22}}$ ist, so erscheint dies für $s = 0$ in der unbestimmten Form $\frac{0}{0}$. Man findet durch Differentiation nach s im Zähler und Nenner

$$p = \frac{\cos^2 \varphi_{22}}{2 \frac{\partial \varphi_{22}}{\partial s}}$$

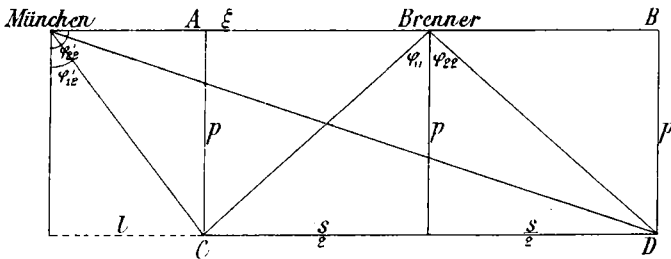


Fig. 6.

Nun ist nach Gleichung 15) $\frac{f_{22}}{s} = \frac{c_1}{4 k^2 M} = \text{const}$; wir haben somit eine Beziehung zwischen φ und s , die wir differenzieren können, und finden

$$\frac{\partial f_{22}}{\partial \varphi_{22}} \cdot \frac{\partial \varphi_{22}}{\partial s} = \frac{c_1}{4 k^2 M}$$

und daraus

$$\frac{\partial \varphi_{22}}{\partial s} = - \frac{\cos^2 \varphi_{22}}{\log \sin \varphi_{22}} \cdot \frac{c_1}{4 k^2 M},$$

somit

$$p = - \frac{4 k^2 M}{2 c_1} (\log \sin \varphi_{22})_{\varphi_{22}=0} = \infty.$$

Wenn s gegen 0 geht, geht also p gegen ∞ . Der Defekt nimmt die Form einer vertikalen Platte an.

Um noch das zugehörige ϑ zu bestimmen, bemerken wir, daß

$$\vartheta = \frac{M}{ps}$$

ist. Wir suchen also den Grenzwert von ps , der ebenfalls zunächst in unbestimmter Form erscheint. Es ist

$$\begin{aligned} (ps)_{s=0} &= \left(\frac{s^2}{2 \operatorname{tg} \varphi_{22}} \right)_{s=0} = \left(\frac{s \cdot \cos^2 \varphi_{22}}{\frac{\partial \varphi_{22}}{\partial s}} \right)_{s=0} = \\ &= - \frac{4 k^2 M}{c_1} \cdot (s \cdot \log \sin \varphi_{22})_{s=0} = - \frac{4 k^2 M}{c_1} \left(\frac{s}{\log \sin \varphi_{22}} \right)_{s=0} \\ &= \frac{4 k^2 M}{c_1} \left(\frac{(\log \sin \varphi_{22})^2}{\operatorname{ctg} \varphi_{22} \frac{\partial \varphi_{22}}{\partial s}} \right)_{s=0} = \\ &= \left(\frac{4 k^2 M}{c_1} \right)^2 \left(\frac{\sin \varphi_{22} (\log \sin \varphi_{22})^3}{\cos^3 \varphi_{22}} \right)_{\varphi=0} = 0, \end{aligned}$$

somit wird $\vartheta = \infty$.

Um die Störung in der Entfernung ξ zu finden, verwenden wir nun am besten die Plattenformel 2), die die Komponenten parallel zur Platte gibt, die wir eben hier brauchen. Nur müssen wir in derselben m mit l und p mit s vertauschen. Es wird also

$$c_2 = 2 k^2 \vartheta s \log \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} = \frac{2 k^2 M}{p} \cdot \log \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2},$$

worin

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{m}{\xi} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{m+p}{\xi}$$

zu setzen ist.

Es ist somit

$$c_2 = \frac{2 k^2 M}{p} \log \sqrt{\frac{\xi^2 + (m+p)^2}{\xi^2 + m^2}}. \quad (16)$$

Setzen wir nun $m = 0$ und $p = \infty$, so wird

$$\begin{aligned} c_2 &= 2 k^2 M \left[\frac{1}{p} \log \frac{p}{\xi} \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{p^2}} \right]_{p=\infty} = \\ &= 2 k^2 M \left[\frac{1}{p} \log p \right]_{p=\infty} = 0. \end{aligned}$$

Damit ist gezeigt, daß, wenn man s immer kleiner und kleiner, p immer größer und größer nimmt, die Störung in der Entfernung ξ gegen die Grenze Null abnimmt, während der Wert an der Ausgangsstelle ($\xi = 0$) gleich c_1 bleibt. Es scheint somit, daß es bei dieser Anordnung möglich wäre, eine Konfiguration zu finden, bei der sich der Einfluß des Alpendefektes auf einen engeren Raum beschränkt. Wenn man aber die Sache numerisch verfolgt, sieht man, daß dies nicht mit den Tatsachen in Einklang zu bringen ist. Um z. B. die Störung für München auf den Betrag -0.00015 herunterzudrücken, muß man den ganzen Alpendefekt in einer vertikalen Platte anordnen, die bis zu einer Tiefe von 1800 km reicht; dazu findet man einen ungemein kleinen Wert der Dicke und einen unzulässigen Wert für die Dichte. Überdies würde die Anziehung einer solchen Platte dadurch charakterisiert sein, daß der Störungswert schon in nächster Nähe der Mittelstation auf kleine Werte absinkt, die er dann bis weit hinaus behält. Dies ist mit den Tatsachen unvereinbar. Man kommt also hier zu unmöglichen Vorstellungen.

Bleibt man im Rahmen physikalisch möglicher Fälle, so kann auch hier die Störung in der Station München nicht unter -0.00032 heruntergebracht werden, welche Grenze dadurch gegeben ist, daß die Defektdichte nicht über 2.7 , die mittlere Dichte der Erdkruste, steigen kann; der Massendefekt besteht dann in einem wirklichen Hohlraum und nimmt somit das kleinste mögliche Volumen ein. Die Dimensionen für diesen Grenzwert sind $p = 728 \text{ km}$, $s = 0.76 \text{ km}$. Auch das ist schon eine Konfiguration, die unseren Vorstellungen nicht entspricht. Man wird also an der Annahme, daß die ganzen negativen Störungswerte in Bayern durch den Alpendefekt hervorgerufen werden, unbedingt festhalten können.

Die Möglichkeit, die Störung in der Entfernung ξ beliebig herunterzudrücken, besteht nur, solange wir $m = 0$ setzen, also die Stationen unmittelbar auf dem Defekt aufliegen lassen. Berücksichtigen wir die Seehöhe speziell der Mittelstation, so wird der Fall sofort anders.

Für die Mittelstation gibt die Formel 16) für die vertikale Platte den Ausdruck

$$c_1 = \frac{2k^2 M}{p} \log \frac{m+p}{m} \quad c_1 = -0.00152,$$

indem wir $\xi = 0$ setzen. Ist $m \neq 0$, so liefert diese Gleichung einen endlichen Wert von p , der sich durch indirekte Rechnung leicht finden läßt. Mit der Seehöhe 1372 m der Station Brenner ergibt sich $p = 487.9 \text{ km}$. Setzt man aber $m = 0$, so wird $\log \frac{m+p}{m} = \infty$ und, da c_1 endlich ist, muß nun $p = \infty$ werden.

Ist aber p endlich, dann gibt Formel 16) für beliebige Werte von ξ endliche und bestimmte Werte für die Störung c_2 . Dabei ist es ziemlich einflußlos, ob man die Seehöhen der anderen Stationen berücksichtigt oder nicht. Für den Grenzwert $p = 487.9$ geht die Störung für $\xi = 123.5$ auf den kleinsten Wert herunter, den sie unter diesen Umständen annehmen kann: d. i. -0.00036 .

Daraus folgt aber weiter, daß man mit der Vernachlässigung der Seehöhe sehr vorsichtig sein muß.

Um den Einfluß derselben zu kontrollieren, wurden Differentialformeln abgeleitet. Es ist nach Gleichung 8)

$$c_1 = 4k^2 \vartheta [(m+p)f_{22} - mf_{12}] \quad 8)$$

und

$$M = ps\vartheta.$$

Wir differenzieren beide Gleichungen unter folgenden Annahmen: Es soll c_1 und M konstant sein, d. h. wir betrachten wie früher nur Konfigurationen derselben Masse, die alle in der Mittelstation dieselbe Störung c_1 liefern. Es soll aber auch φ_{22} konstant sein, d. h. wir suchen die Änderung, die in der Konfiguration des Massendefektes dadurch entsteht, daß wir m von Null zu einem kleinen Werte anwachsen lassen, den Wert von φ_{22} aber beibehalten. Nach der Differentiation haben wir $m = 0$ zu setzen. Es wird

$$\begin{aligned} & \frac{c_1}{\vartheta} \cdot d\vartheta + 4k^2 \vartheta f_{22} (dm + dp) - 4k^2 \vartheta f_{12} dm - \\ & - 4k^2 \vartheta m \frac{\partial f_{12}}{\partial \varphi_{12}} \left(\frac{\partial \varphi_{12}}{\partial s} ds + \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial p} dp + \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial m} dm \right) = 0 \end{aligned}$$

und

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} + \frac{dp}{p} + \frac{ds}{s} = 0.$$

In diesen Gleichungen setzen wir zunächst $m = 0$ und $dm = h$ der Seehöhe. Das letzte Glied der ersten Gleichung verschwindet dann wegen des Faktors m , weil der andere Faktor jedenfalls endlich bleibt, solange nicht φ_{12} gleich Null wird. Da gleichzeitig die Gleichung 8) übergeht in

$$c_1 = 4k^2 \vartheta p f_{22},$$

so erhalten wir

$$\frac{c_1}{\vartheta} d\vartheta + \frac{c_1}{p} (dm + dp) - \frac{c_1}{p} \cdot \frac{f_{12}}{f_{22}} dm = 0$$

oder

$$c_1 \frac{d(p\vartheta)}{p\vartheta} + \frac{c_1}{p} dm - \frac{c_1}{p} \cdot \frac{f_{12}}{f_{22}} dm = 0;$$

dazu die zweite Gleichung

$$\frac{d(p\vartheta)}{p\vartheta} + \frac{ds}{s} = 0.$$

Eliminiert man nun $\frac{d(p\vartheta)}{p\vartheta}$ aus diesen beiden Gleichungen, so bleibt

$$-c_1 \frac{ds}{s} + \frac{c_1}{p} dm \left(1 - \frac{f_{12}}{f_{22}}\right) = 0$$

und daraus

$$ds = \frac{s}{p} \left(1 - \frac{f_{12}}{f_{22}}\right) \cdot h.$$

Das zugehörige dp ist durch

$$dp = \frac{ds}{2} \operatorname{ctg} \varphi_{22}$$

gegeben. Diese Formeln genügen, um den Einfluß der Seehöhe zu schätzen, solange φ_{22} nicht zu klein ist. Für abnehmende φ_{22} geht dp gegen Unendlich und die Differentialbeziehungen werden ungültig.

Die folgende Zusammenstellung (Tabelle V) enthält die sämtlichen Konfigurationen der nun betrachteten Art, die in der Station Brenner die Störung -0.00152 geben, unter der Annahme $m = 0$; daneben aber auch die Änderungen, die die

Einführung der Seehöhe $h = 1372 \text{ m}$ mit sich bringt. Die letzte Kolonne gibt den Wert der Störung für $\xi = 123.5$ (Station München).

Tabelle V.

φ	Breite s in Kilo- metern	Dicke p in Kilo- metern	Defekt- dichte	ds in Kilometern	dp in Kilometern	Störung für $\xi = 123.5 \text{ km}$
90	260.8	0	— ∞			— 0.00152
85	253.5	11.1	— 0.343	— 0.90	— 0.08	— 110
80	246.2	21.7	— 0.181	— 0.92	— 0.16	— 74
75	238.8	32.0	— 0.126	— 0.94	— 0.25	— 59
70	231.2	42.1	— 0.099	— 0.96	— 0.35	— 54
65	223.4	52.1	— 0.083	— 0.99	— 0.46	— 51
60	215.2	62.1	— 0.072	— 1.01	— 0.58	— 49
55	206.7	72.4	— 0.064	— 1.03	— 0.72	— 47
50	197.6	82.9	— 0.059	— 1.05	— 0.88	— 46
45	187.9	94.0	— 0.055	— 1.06	— 1.06	— 46
40	177.5	105.8	— 0.051	— 1.08	— 1.29	— 45
35	166.1	118.6	— 0.049	— 1.10	— 1.57	— 44
30	153.4	132.8	— 0.047	— 1.11	— 1.92	— 44
25	139.1	149.2	— 0.047	— 1.12	— 2.40	— 43
20	122.8	168.7	— 0.047	— 1.12	— 3.08	— 43
15	103.6	193.3	— 0.048	— 1.12	— 4.16	— 43
10	80.2	227.5	— 0.053	— 1.09	— 6.19	— 42
5	49.9	285.4	— 0.068	— 1.01	— 11.59	— 42
4	42.5	303.9	— 0.075			— 41
3	34.4	327.8	— 0.086			— 40
2	25.3	361.6	— 0.106			— 39
1	14.6	419.0	— 0.157			— 38
0	0.0	∞	— ∞			0

Die obigen Zahlen zeigen zunächst, daß der Einfluß der Seehöhe in den meisten Fällen unwesentlich ist, daß also eine Berücksichtigung derselben überflüssig ist.

Unseren Bedingungen scheint zunächst die Lösung $\varphi = 65^\circ$ am besten zu entsprechen. Doch zeigt ein Vergleich mit den Beobachtungen, daß die Werte der Zwischenstationen nicht gut

wiedergegeben werden. Wir ziehen daher auch die benachbarten Fälle in Betracht. Die folgende Tabelle VI zeigt das Ergebnis des Vergleiches mit den beiden Reihen arithmetischer Mittel aus der Zusammenstellung auf p. 23. Die Reihen sind hier mit I und II bezeichnet. Beschränkt man sich auf den Vergleich der nordseitigen Werte, so scheint unter I $\varphi = 50^\circ$ am besten zu passen; die Fälle $\varphi = 45$ und $\varphi = 40$ stimmen im Norden etwas schlechter, schließen sich aber im Süden etwas besser an. Eine entschiedene Verbesserung der Darstellung erreicht man, wenn man die Mitte um 10 *km* nach Norden verlegt (beiläufig Station Steinach) und dementsprechend die zweite Reihe der arithmetischen Mittel nimmt. Die Lösungen $\varphi = 45^\circ$ und $\varphi = 40^\circ$ bringen namentlich im Süden einen viel besseren Anschluß. Die starke positive Abweichung für $\xi = 60$ *km* in der obigen Zusammenstellung rührt von dem abnorm kleinen Störungswert der Station Fischbach her.

Die Lösung $\varphi = 45^\circ$ wurde als definitiv angesehen und es findet sich eine ausführliche Darstellung aller Beobachtungswerte in der mit II überschriebenen Kolonne auf p. 23. Die Darstellung ist beiläufig gleichwertig der unter I für die Platte gegebenen, drängt aber den Einfluß der südlichen Massenanhäufung noch um einige Stationen nach Süden (von 32 bis etwa 35). Große positive Abweichungen bedingen im Norden die auffallend kleinen Störungswerte von Fischbach und Fritzens, im Süden die schon erwähnte Einsenkung bei den Stationen Klausen und Waidbruck.

Durch kompliziertere Annahmen über die Gestalt des Massendefektes gelingt es auch, diese Anhäufungen positiver Zeichen zum Verschwinden zu bringen, doch haben solche Versuche keinen Wert.

Begnügt man sich mit der gefundenen Darstellung, so hat sich hiermit folgende Lösung der Aufgabe ergeben, die der zweiten von uns angeführten Vorstellung über Isostasie entspricht.

Der Massendefekt ist angeordnet in einem liegenden Prisma von großer Längenausdehnung, welches eine Breite von beiläufig 190 *km* besitzt und vom Meeresniveau bis zu einer Tiefe von 90 *km* reicht. Die Defektdichte wird gleich

Tabelle VI.

[2512]

A. Prey,

ξ	Berechnete Störungswerte für $\varphi =$						Beob- achtung I	$B-R$						Beob- achtung II	$B-R$					
	65°	60°	55°	50°	45°	40°		65°	60°	55°	50°	45°	40°		65°	60°	55°	50°	45°	40°
+120	-57	-53	-51	-50	-48	-47	-52	+5	+1	-1	-2	-4	-5	-52	+5	+1	-1	-2	-4	-5
+100	-114	-106	-97	-83	-74	-68	-92	+22	+14	+5	-9	-18	-24	-71	+43	+35	+26	+12	+3	-3
+80	-135	-131	-126	-122	-117	-111	-116	+19	+15	+10	+6	+1	-5	-114	+21	+17	+12	+8	+3	-3
+60	-144	-142	-140	-138	-136	-133	-104	+40	+38	+36	+34	+32	+29	-87	+57	+55	+53	+51	+49	+46
+40	-149	-148	-147	-146	-145	-144	-141	+8	+7	+6	+5	+4	+3	-133	+16	+15	+14	+13	+12	+11
+20	-151	-151	-151	-151	-150	-150	-152	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-142	+9	+9	+9	+9	+8	+8
0	-152	-152	-152	-152	-152	-152	-153	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-154	-2	-2	-2	-2	-2	-2
-20	-151	-151	-151	-151	-150	-150	-141	+10	+10	+10	+10	+9	+9	-146	+5	+5	+5	+5	+4	+4
-40	-149	-148	-147	-146	-145	-144	-108	+41	+40	+39	+38	+37	+36	-140	+9	+8	+7	+6	+5	+4
-60	-144	-142	-140	-138	-136	-133	-127	+17	+15	+13	+11	+9	+6	-117	+27	+25	+23	+21	+19	+16
-80	-135	-131	-126	-122	-117	-111	-112	+23	+19	+14	+10	+5	-1	-121	+14	+10	+5	+1	-4	-10
-100	-114	-106	-97	-83	-74	-68	-51	+63	+55	+46	+32	+23	+17	-88	+26	+18	+9	-5	-14	-20
-120	-57	-53	-51	-50	-48	-47	-11	+46	+42	+40	+39	+37	+36	-31	+26	+22	+20	+19	+17	+16
-140	-32	-33	-34	-34	-35	-35	+42	+74	+75	+76	+76	+77	+77	+39	+71	+72	+73	+73	+74	+74
-160	-21	-22	-24	-25	-26	-27	+1	+22	+23	+25	+26	+27	+28	+19	+40	+41	+43	+44	+45	+46
-180	-15	-16	-18	-20	-20	-21	+7	+22	+23	+25	+27	+27	+28	+9	+24	+25	+27	+29	+29	+30
-200	-11	-13	-14	-15	-16	-17	-74	-63	-61	-60	-59	-58	-57	-44	-33	-31	-30	-29	-28	-27

—0·055, um welchen Betrag die Dichte in jedem Niveau kleiner sein muß, als nach den Verhältnissen der Erdrinde normal wäre.

Die Tiefe der Ausgleichsfläche ergibt sich also hier zu 90 *km*.

Die beiden gefundenen Lösungen (p. 37 und p. 45) stimmen in bezug auf die Breite des Defektes miteinander überein, nur erscheint derselbe im zweiten Falle um 10 *km* nach Norden verschoben. In beiden Fällen reicht er im Norden etwas über den Rand der Alpen hinaus, endet aber im Süden in der Gegend von Trient mitten im Gebirge. Sein Einfluß aber erstreckt sich viel weiter, er verursacht die negativen Störungswerte in ganz Bayern und drängt den Einfluß der südlichen Massenanhäufung so weit zurück, daß erst bei Ala am Südrande der Alpen positive Schwereanomalien beobachtet werden, wie der Vergleich der Werte $g_0'' - \gamma_0$ mit den Darstellungen I und II auf p. 23 zeigt.

VII.

Nach Beseitigung des Einflusses des großen Alpendefektes tritt die südliche Massenanhäufung viel deutlicher hervor und die positiven Störungen erreichen Werte, die der Hälfte der Hauptstörung gleichkommen. Es muß daher die Frage aufgeworfen werden, ob wir es hier wieder mit einer Masse von ungeheurer Ausdehnung zu tun haben oder ob die Erscheinung lokalen Charakter hat.

Im ersten Falle wären wir gezwungen, diese unterirdische Masse der Alpenmasse zuzuzählen; es würde so die zu kompensierende Masse nicht unwesentlich vergrößert, und wenn wir an der Forderung vollständiger Kompensation festhalten, müßte nun auch der Massendefekt entsprechend vergrößert werden. Eine rechnerische Behandlung dieses Falles scheint wohl aussichtslos, weil die Zahl der Möglichkeiten nicht mehr überblickt werden kann.

In diesem Falle würden wir uns vielleicht befinden, wenn die positive Störung längs des ganzen südlichen Randes der Alpen nachgewiesen wäre, aber auch dann könnte es sich immer noch um eine Oberflächenerscheinung handeln. Leider

ist die Zahl der Beobachtungen in den betreffenden Gebieten zu klein, um die Frage zu entscheiden. Aus der Schweiz kommen nur die drei Stationen Capolago (—34), Generoso (—32) und Lugano (—42) in Betracht, die nach Abzug der negativen Alpenstörung vielleicht kleine positive Reste lassen.

Aus Oberitalien liegen nur die Messungen in Piemont vor. Sie zeigen einen Streifen mit positiven Störungen, der sich in nordöstlicher Richtung von der Station Pinerolo (bei Turin) nach Domodossola (Lago maggiore) zieht und hier den beiläufig dieselbe Richtung verfolgenden Zug der Westalpen begleitet. Es sind also vielleicht Andeutungen hier, daß die positiven Störungen den ganzen Südrand der Alpen begleiten. Es wäre sehr wünschenswert, wenn diese Frage durch zahlreiche Messungen in Oberitalien entschieden würde.

Wir wollen hier an der Vorstellung festhalten, daß die störenden Massen in der Nähe der Oberfläche liegen, und zwar wollen wir sie als Fortsetzung der in der Umgebung des südlichen Etschtales auftretenden Basalte auffassen. Nehmen wir für dieselben die Dichte 2·9, für die Dichte der Erdkruste 2·7, so gibt dies einen Dichteüberschuß von 0·2. Um die Größe der Massen zu schätzen, verwenden wir wieder unser Formelsystem. Dieses ist nun unter der Voraussetzung abgeleitet, daß die ost-westliche Ausdehnung der störenden Massen sehr groß ist, was sich, wie wir gesehen, hier nicht nachweisen läßt. Zur Anwendbarkeit unserer Formeln genügt es aber, wenn die ost-westliche Ausdehnung nur etwa 11mal größer ist als die Tiefe, bis zu welcher die Masse reicht. Dies erkennt man leicht folgendermaßen: Nimmt man in dem Integral (p. 25)

$$f = \frac{2k^2 \vartheta dq}{d} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha$$

statt der oberen Grenze $\frac{\pi}{2}$ den Wert α_1 , so erhält man im Resultat den Faktor $\sin \alpha_1$; von den Schwierigkeiten, die sein Auftreten in den weiteren Integrationen veranlaßt, kann man sich durch Anwendung des Mittelwertsatzes befreien, so daß im Endresultat wieder ein Faktor dieser Form bleibt, in dem α_1

irgendeinen Mittelwert vorstellt, der umso näher an 90° liegt, je länger das Prisma ist. Für $\alpha_1 = 80^\circ$ ist $\sin \alpha_1$ auf beiläufig 0.015 gleich der Einheit, die zugehörige Tangente ist 5.7 . Die halbe Länge der störenden Masse ist dann 5.7 mal der Tiefe, die ganze also 11 mal so groß. Wenn wir annehmen, daß diese Bedingung erfüllt ist, so können wir unsere Formel anwenden und, wenn wir uns mit geringerer Genauigkeit begnügen, kann das Verhältnis noch kleiner sein.

Die angewendete Methode ist identisch mit der auf p. 38 beschriebenen, nur mit dem Unterschiede, daß wir nun ϑ als bekannt annehmen, früher aber M gegeben war. Wir nehmen daher die Formel 9) jetzt in der Gestalt

$$pf_{22} = + \frac{0.00072}{4 k^2 \vartheta},$$

indem wir als Störungswert in der Mitte (Station Ala) 0.00072 ansehen.

Die Gleichung gestattet, zu jedem Werte von φ das zugehörige p zu finden, und die Größe s ist gegeben durch

$$s = 2p \operatorname{tg} \varphi_{22}.$$

Wir gelangen zu folgender Lösung: Die Massenanhäufung mit dem Dichtenüberschuß $+0.2$ hat eine nord-südliche Breite von etwa 30 km und reicht bis zu einer Tiefe von 10 km . Die zugehörige Größe M wird

$$M = 70 \cdot 10^6.$$

Wenn also diese Massenanhäufung eine allgemeine Erscheinung des ganzen Alpenzuges wäre, so würde seine Masse rund 7% der ganzen Alpenmasse betragen. Zu einer vollständigen Kompensation wäre dann ein Massendefekt von

$$965 \cdot 10^6 + 70 \cdot 10^6 = 1035 \cdot 10^6$$

nötig.

Die Darstellung der Beobachtungswerte, die sich aus der gefundenen Lösung ergibt, findet sich auf p. 23 in der mit III überschriebenen Kolonne. Nur die Station Mori, die schon in der Reihe der Werte $g''_0 - \gamma_0$ durch abweichendes Verhalten auffällt, ist schlecht dargestellt. Im übrigen ist die Darstellung ganz befriedigend.

Übersicht und Resultate.

Der Zweck der vorliegenden Untersuchungen besteht darin, unter gewissen vereinfachenden Annahmen und Voraussetzungen Anhaltspunkte zu gewinnen über die Lage und Ausdehnung des Massendefektes, welcher durch die negativen Werte der Schwereanomalien im Alpengebiete festgestellt ist.

Die Voraussetzungen sind die folgenden:

1. Die Kompensation ist eine vollständige, d. h. die oberirdische Alpenmasse und der unterirdische Defekt sind numerisch gleich.

2. Die Alpen werden als ein im mittleren Teile wesentlich ost-westlicher Gebirgszug aufgefaßt, dessen Mächtigkeit in dieser Richtung nur wenig wechselt.

3. Dementsprechend wird der Massendefekt in Form eines liegenden Prismas vorausgesetzt, dessen Ausdehnung in der Richtung des Alpenzuges so groß ist, daß sie für Berechnung der Anziehung auf den mittleren Teil des Gebirges gleich unendlich gesetzt werden kann. Das Prisma hat rechteckigen Querschnitt und die obere Begrenzungsfläche ist der Erdoberfläche parallel.

4. Die Krümmung der Erde wird vernachlässigt.

Eine eingehende Untersuchung wurde der Bestimmung der Alpenmasse gewidmet. Es wurden zunächst die spezifischen Gewichte der wichtigsten in Tirol vorkommenden Gesteine bestimmt. Es ergab sich, daß die Dichtenunterschiede sehr gering sind, so daß das arithmetische Mittel aus 41 Messungen verschiedener Gesteine nur einen mittleren Fehler von ± 0.02 hat. Zu den schwersten Gesteinen zählen die Kalke der Triasformation: Hauptdolomit, Schlerndolomit, Dachsteinkalk (2.8); dagegen sind einige Porphyre verhältnismäßig leicht (2.6).

Die horizontalen Dimensionen wurden den geologischen Karten von Blaas und Hauer entnommen, die mittleren Höhen der einzelnen Gebirgsgruppen den Untersuchungen von Leopoldt. Aus 18 parallel zum 29. Meridian (von Ferro) gelegten Profilen ergibt sich

965.10⁶ Tonnen

als Masse des Alpenzuges pro 1 *m* der Längenrichtung.

Das zur Verwendung gelangte Beobachtungsmaterial besteht in der Reihe von Schwerestationen, welche auf der Strecke München, Kufstein, Innsbruck, Brenner, Bozen, Trient die Alpen überquert. Die Beobachtungen sind von Sterneck ausgeführt. Sie wurden auf den mittleren Dichtewert 2.73 reduziert.

Die Resultate lassen sich in folgende Punkte zusammenfassen:

1. Die konstatierten Schwerestörungen lassen sich darstellen durch einen plattenartigen Massendefekt von einer Breite von 190 km , der sich in einer Tiefe von etwa 40 km befindet. Man kann damit die Vorstellung verbinden, daß die Scholle, welche die Alpen bildet und eine Dichte von 2.7 besitzt, infolge ihrer bedeutenden Mächtigkeit einerseits über ihre Umgebung herausragt und so das Gebirge bildet, andererseits aber auch tiefer in die unten befindliche weiche, flüssige oder wenigstens plastische Schicht größerer Dichte eintaucht und dieselbe verdrängt, wodurch ein Massendefekt entsteht. Bei einem Dichteunterschied gleich 1 beträgt die Tiefe des Eintauchens 5 km , bei geringerem Dichteunterschied entsprechend mehr.

2. Wir können uns den Massendefekt so angeordnet denken, daß er einen Raum einnimmt, der sich bei einer Breite von 190 km bis zu 90 km Tiefe erstreckt. Die Defektdichte beträgt dann -0.055 in dem Sinne, daß die Dichte in jedem Punkte der Masse um diesen Betrag kleiner ist, als der normalen Dichteverteilung der Erdrinde entspricht.

Sämtliche Angaben über Dimensionen sind natürlich nur sehr beiläufig zu verstehen und sollen nur Anhaltspunkte geben für das, was überhaupt im Kreise der Möglichkeit liegt. Ferner muß konstatiert werden, daß aus der ganzen Unendlichkeit der Fälle nur einige naheliegende und leicht zu behandelnde hervorgehoben wurden.

3. Die Mittellinie des Massendefektes geht durch die Station Brenner oder etwas nördlich davon parallel zur Zugrichtung der Alpen. Die nördliche Grenze des Defektes liegt etwas nördlich vom Nordrande der Alpen, die südliche etwa bei der Station Trient noch mitten im Gebirge.

4. Die positiven Schwerestörungen im Süden lassen sich durch eine Basaltmasse von 10 *km* Mächtigkeit und 30 *km* nord-südlicher Erstreckung erklären.

5. Die negativen Störungswerte, die fast ganz Bayern erfüllen, sind noch durch den großen Alpendefekt bedingt und es ist nicht nötig anzunehmen, daß sich unter den bayrischen Stationen ein eigener Defekt befindet.
